

# **DLR-IB-FA-BS-2016-79**

**Quantifizierung von  
Unsicherheiten im Strukturentwurf  
von Flugzeugen**

**Masterarbeit**

Jan Vierkant



**DLR**

**Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt**



Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik

**DLR-IB-FA-BS-2016-79**

**Quantifizierung von Unsicherheiten  
im Strukturentwurf von  
Flugzeugen**

**Zugänglichkeit:**

Stufe 1

Braunschweig, Oktober, 2016

Institutsleiter:

  
Prof. Dr.-Ing. M. Wiedemann


Abteilungsleiter:

Dr.-Ing. Tobias Wille  


Der Bericht umfasst: 135

Autoren: *Jan Vierkant*

Autor 2 / Betreuer: *Sebastian Freund*





Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt





Technische  
Universität  
Braunschweig



Deutsches Zentrum  
DLR für Luft- und Raumfahrt e.V.  
Institut für Faserverbundleichtbau  
und Adaptronik



Technische  
Universität  
Braunschweig



# Quantifizierung von Unsicherheiten im Strukturentwurf von Flugzeugen

## Masterarbeit

an der Technischen Universität Braunschweig

Verfasser: Jan Vierkant

im Studiengang: Luft- und Raumfahrttechnik (Master)

Matr.-Nr.: 4471121

Erstprüfer:

Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius (TU Braunschweig – iAF)

Betreuer IAF:

Dr.-Ing. Henning Schlums (TU Braunschweig – iAF)

Betreuer DLR:

Dipl.-Ing.-Inf. Sebastian Freund (DLR e.V.)

Bearbeitungszeitraum: 6 Monate

Abgabedatum: 22.10.2016



# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne unzulässige Hilfe Dritter verfasst habe.

Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Texte, Gedankengänge, Konzepte usw. in meinen Ausführungen habe ich als solche eindeutig gekennzeichnet und mit vollständigen Verweisen auf die jeweilige Urheberschaft und Quelle versehen.

Alle weiteren Inhalte wie Textteile, Abbildungen, Tabellen usw. ohne entsprechende Verweise stammen im urheberrechtlichen Sinn von mir.

Die vorliegende Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Mir ist bekannt, dass ein Täuschungsversuch vorliegt, wenn sich eine der vorstehenden Versicherungen als unrichtig erweist.

---

Ort, Datum und Unterschrift Verfasser





## Masterarbeit

### für

Herrn Jan Vierkant

Matr. Nr. 4471121

## Thema: Quantifizierung von Unsicherheiten im Strukturentwurf von Flugzeugen

### Aufgabenstellung:

Im Rahmen eines multidisziplinären Flugzeugentwurfs nimmt die Auslegung der Primärstruktur eine wichtige Rolle ein. Sie ist zum einen die Grundlage für das gebaute Fluggerät, dient andererseits während des Entwurfsprozesses als Quelle wichtiger Daten wie Primärstrukturmassen, Massenverteilungen, Steifigkeiten und Bauräume für beispielsweise Systeme und Tanks. Dieser Prozess ist jedoch mit verschiedenen Unsicherheiten behaftet. Einerseits unterliegen viele Eingangsparameter Unsicherheiten durch Messungen, Approximationen, Vereinfachungen oder Toleranzen in Fertigungsverfahren. Andererseits weicht der Strukturentwurfsprozess an sich durch Modellannahmen von der Realität ab, was als Unsicherheit bezeichnet werden kann. Für konventionelle Konfigurationen von Verkehrsflugzeugen können diese Unsicherheiten durch empirisches Fachwissen in einem ausreichenden Maß ausgeglichen werden. Jedoch bei einer Betrachtung von unkonventionellen Konfigurationen wie beispielsweise der SBW-Konfiguration in Abb. 1, ist diese Empirie bedeutend weniger vorhanden, wodurch dabei die Betrachtung von Unsicherheiten mehr Wert gewinnt. Herausforderungen hierbei sind die Quantifizierung von Modellunsicherheiten, sowie die Identifikation unsicherer Eingangsparameter, deren Quantifizierung als stochastischer Input und des Effektes auf den Strukturentwurf.



Abbildung 1: Beispielhafte CAD-Darstellung einer SBW Konfiguration

Um Unsicherheiten quantifizieren zu können, soll im Rahmen dieser Arbeit das bestehende Entwurfssystem des DLR, insbesondere das Strukturentwurfswerkzeug DELiS zur Untersuchung verwendet werden. Unterstützt durch eine Literaturrecherche sollen unsichere Eingangsgrößen identifiziert werden, die als sensitiv angesehen werden. Ausgewählte Größen sind in einem zweiten Schritt auf Basis von Messdaten oder Schätzwerten durch geeignete stochastische Größen zu beschreiben. In einem anschließenden Schritt soll der Effekt auf das Entwurfsergebnis ermittelt und dargestellt werden. Um die Rechenzeiten des Entwurfssystems zu skalieren, können Metamodelle als approximierende Beschreibung des unsicheren Entwurfsraumes verwendet werden. Die Quantifizierung von Modellunsicherheiten ist nicht Teil dieser Arbeit.

### Aufgabenstellung im Detail:

1. Einarbeitung
  - a. Literaturrecherche zur Beschreibung und Verarbeitung von Unsicherheiten
  - b. Literaturrecherche zum Flugzeugentwurf und seinen wichtigsten Eingangsparametern
  - c. Einarbeitung in das bestehende Entwurfssystem
  - d. Erarbeitung eines Arbeitsplan für die Masterarbeit mit mind. 3 Meilensteinen
2. Identifikation unsicherer Parameter
  - a. Identifikation
  - b. Sortierung nach geschätzter Sensitivität und Anwendbarkeit im bestehenden Entwurfssystem
3. Quantifizierung der stochastischen Parameter
  - a. Auswertung von Mess- oder numerischen Ergebnissen, wenn möglich
  - b. Abschätzung der restlichen Parameter
4. Ermittlung und Untersuchung des Effektes auf das Strukturentwurfsergebnis
5. Interpretation und kritische Bewertung der Ergebnisse
6. Schritthaltende Dokumentation in Form einer Masterarbeit und Präsentation der Ergebnisse in einem Kolloquium


Die Masterarbeit wird im Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt durchgeführt. Für die Arbeit können die Einrichtungen und die Software-Lizenzen des DLR-Instituts genutzt werden. Die Betreuung seitens des DLR übernimmt Herr Dipl.-Ing. Sebastian Freund. Herr Dr.-Ing. Henning Schlums übernimmt die Betreuung seitens des IAF.

Änderungen der Aufgabenstellung sind nur mit Zustimmung des IAF möglich. Die Masterarbeit ist fristgemäß elektronisch im WISA-Portal und gebunden in doppelter Ausfertigung im Institut für Adaptronik und Funktionsintegration der TU Braunschweig einzureichen.

Hiermit bestätige ich den Empfang der Aufgabenstellung:



**Jan Vierkant**



**Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius**

Bearbeitungszeit: 6 Monate  
Ausgegeben am: 20.06.16  
Abgegeben am:

# Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Fragestellung, wie Unsicherheiten im Strukturentwurf während der Definitionsphase erkannt und quantifiziert werden können. Es soll gezeigt werden, welche Auswirkungen diese Unsicherheiten auf die Vorhersagegenauigkeit der Primärstrukturmasse haben. In diesem Zusammenhang ist es zunächst erforderlich, eine nach Möglichkeit vollständige Liste der die Primärstrukturmasse beeinflussenden Parameter zu erarbeiten und in Kategorien zu ordnen. Durch logische Verknüpfung der erarbeiteten Kategorien, sowie die Anwendung einer lokalen Sensitivitätsanalyse, konnte die Auswahl auf einflussreiche Parameter reduziert werden. Diese wurden im nächsten Schritt mit Hilfe statistischer Maßnahmen quantifiziert, um die Auswirkungen auf die Vorhersage der Primärstrukturmasse zu analysieren.

Für die Strukturanalyse wird ein FE-Modell aus einem parametrischen Flugzeugmodell verwendet. Die Auswirkungen der Unsicherheiten werden am Beispiel einer Strut-braced wing-Konfiguration erforscht. Die Ergebnisse zeigen, dass die Unsicherheiten die berechnete Primärstrukturmasse in begrenztem Umfang beeinflussen. Den größten Anteil an der Ergebnisunsicherheit ist der Rumpfmasse zuzuordnen. Die höchste Variation ist jedoch bei der Strutmasse zu erkennen, was die Erwartungen aus der Sensitivitätsanalyse bestätigt. Zusätzlich wird ein Vorschlag gemacht, welcher die Verwendung der quantifizierten Unsicherheiten als Entscheidungshilfe ermöglicht. Dies wird am Beispiel der Wahl einer festzusetzenden Spannweite umgesetzt. Abschließend wird eine Auswertung der Wirkung von Unsicherheiten orthotroper Materialien auf Flügel, Strut und Leitwerk durchgeführt, welche zeigt, dass enormes Gewichtsreduktionspotenzial vorhanden ist, dies jedoch noch einer hohen Unsicherheit unterliegt.

# Abstract

The purpose of this study is to recognize and quantify uncertainties in preliminary structural design and to show the consequences on the prediction accuracy of primary structural masses. The first step was to develop a list of parameters which are likely to have an influence on the structural mass of an airplane and to sort them into categories. After demonstrating the relationship between those categories and the usage of a sensitivity analysis, the list of parameters was reduced to the most effective ones. Statistical methods were used to describe the uncertainties of these parameters and the prediction accuracy was examined.

To calculate the primary structural masses a FE-model based on a parametric aircraft model is used. The consequences of the uncertainties are analysed using the example of a Strut-braced wing-configuration. They show that the encountered uncertainties only have a partial impact on the primary structural mass. The biggest influence on the result uncertainty is due to the fuselage mass but the most variation is examined in the strut mass. This corresponds to the results of the sensitivity analysis. Additionally, a proposal is made to use the given uncertainties as a basis for decision making and is realized using the example of a wingspan variation. Concluding, the analysis of uncertainties of composite materials is carried out, building up the wing, strut and tailplane out of these. The results highlight the huge potential in weight reduction which is however subject to big uncertainties.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Flugzeugentwurf . . . . .	5
2.2	Strukturentwurf . . . . .	7
2.3	Unsicherheit, Wahrscheinlichkeit und Entropie . . . . .	9
2.4	Statistische Ausdrucksweise der Unsicherheit . . . . .	12
2.5	Die SBW-Konfiguration des DLR . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Programme und Modell</b>	<b>21</b>
3.1	CPACS . . . . .	21
3.2	RCE . . . . .	23
3.3	ANSYS, DELiS und SBOT . . . . .	25
3.4	Verwendetes Strukturmodell . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Beispiel eines mechanischen Unsicherheitsproblems</b>	<b>31</b>
4.1	Problembeschreibung . . . . .	31
4.2	Sensitivitätsanalyse . . . . .	33
4.3	Auswertung . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Unsicherheiten im Strukturentwurf</b>	<b>43</b>
5.1	Bestimmung unsicherer Parameter . . . . .	43
5.2	Eingrenzung der unsicheren Parameter . . . . .	47
5.2.1	Bereichsauswahl . . . . .	47
5.2.2	Sensitivitätsanalyse . . . . .	51
5.3	Quantifizierung der ausgewählten Parameter . . . . .	56
5.3.1	Quantifizierung der Massen . . . . .	57
5.3.2	Quantifizierung der isotropen Materialkennwerte . . . . .	67
5.3.3	Quantifizierung der orthotropen Materialkennwerte . . . . .	71

<b>6 Analyse der Unsicherheiten</b>	<b>77</b>
6.1 Ergebnisunsicherheit im Strukturentwurf . . . . .	77
6.2 Szenariounsicherheit im Strukturentwurf . . . . .	82
6.3 Auswirkungen von Faserverbundunsicherheiten . . . . .	85
<b>7 Fazit und Ausblick</b>	<b>89</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>93</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>97</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>99</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>100</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>101</b>
<b>A Anhang</b>	<b>VII</b>
A.1 Ergebnisse des Minimalbeispiels . . . . .	VII
A.2 Graphen zur Quantifizierung . . . . .	VIII
A.3 Ergebnisunsicherheiten . . . . .	X
A.4 Szenario-Unsicherheiten . . . . .	XV
A.5 Materialunsicherheiten (Orthotrop) . . . . .	XIX
A.6 Arbeitsplan . . . . .	XXV
A.7 Daten der Arbeit auf CD . . . . .	XXVI

# 1 Einleitung

Die Luftfahrt ist ein wichtiger Bestandteil des weltweiten Transportwesens. Sie ermöglicht die schnelle und sichere Beförderung von Gütern und Personen und nimmt dabei einen immer bedeutenderen Platz im Transportgeschäft ein, da sie zusätzlich nur wenig Infrastruktur benötigt und zugleich weitgehend unabhängig ist von geographischen Voraussetzungen [NASA11, S. 1].

Gleichzeitig werden die Forderungen zu Klimakonventionen immer konkreter, da die Veränderungen der Umwelt durch kohlenstoffhaltige Rohstoffe (wie Kerosin oder Flugbenzin) nicht in vollem Ausmaß abschätzbar sind [NASA11, S. 1]. Zur Zeit ist der Anteil der Luftfahrt an den durch Menschen verursachten CO<sub>2</sub>-Emissionen mit 2 % zwar relativ gering, allerdings wird den größeren Quellen (wie z. B. dem Straßenverkehr mit 13 %) eine größere Reduktionsperspektive vorhergesagt, während die durch die Luftfahrt produzierten Emissionen (durch den Wachstum des Luftverkehrs selbst) immer weiter zunehmen [Zur11, S. 8]. Zusätzlich werden die natürlichen Ressourcen für fossile Brennstoffe immer kleiner, was zu einer Erhöhung der Treibstoffkosten führt. Die Integration dieser Ansprüche in die Modellentwicklung, stellt die Entwickler derzeit vor Herausforderungen.

Aus diesem Grund werden vermehrt Studien zu unkonventionellen Flugzeugentwürfen (z. B. Flügel größerer Spannweite, Nurflügler o. ä.) angestellt. Diese Entwürfe sollen vor allem durch einen geringeren Kraftstoffverbrauch, weniger CO<sub>2</sub>-Emissionen und verminderten Fluglärm überzeugen [RWH14, S. 41]. Die Ideen für unkonventionelle Konfigurationen sind schon länger bekannt, konnten aber bislang aus verschiedenen Gründen nicht umgesetzt werden. Zum Einen ist dies auf die fehlende Motivation zurückzuführen; die konventionellen Entwürfe konnten verbessert werden und waren so weiterhin gewinnbringend zu verkaufen. Zum Anderen lag es daran, dass die Werkstoffvielfalt deutlich geringer war. Die Werkstoffe, die heutzutage zur Verfügung stehen, können noch gezielter auf die entsprechenden Einsatzgebiete abgestimmt werden, wodurch Konfigurationen umgesetzt werden können, die zuvor wegen des resultierenden hohen Gewichts bei den erforderlichen Eigenschaften nicht denkbar waren.

Auch das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) arbeitet zurzeit an der Entwicklung eines solchen unkonventionellen Entwurfs. Das Ziel dabei ist es, ein Entwicklungssystem aufzubauen, welches ebenfalls für unkonventionelle Konfigurationen angewendet werden kann. Ein Problem bei der Entwicklung solcher Entwürfe liegt in der mangelnden Empirie: Da solche Konfigurationen noch nicht für den kommerziellen Gebrauch entwickelt und hergestellt wurden, gibt es nur wenige bis gar keine Daten dazu, wie sich bestimmte Sachverhalte verändern, wenn einige Parameter variiert werden. Dies macht es insbesondere zu Beginn solcher Entwicklungen schwierig, aussagekräftige Anfangsdaten wie z. B. Massenabschätzungen zu generieren, aus denen sich schließlich das weitere Vorgehen bestimmt. Es ist wichtig, die durch mangelnde Empirie entstandenen Unsicherheiten zu kennen, um falsche Entscheidungen zu Beginn des Projektes zu verhindern und auf diese Weise hohe Kosten oder einen Projektabbruch zu vermeiden.

Insbesondere die Qualität von Massenabschätzungen sollte zu Beginn eines Flugzeugentwurfs möglichst hoch sein, da hierauf die Arbeit sämtlicher anderer Disziplinen wie z. B. Antriebstechnik oder Aerodynamik aufbaut. Den größten Anteil an der Betriebsleermasse eines Flugzeugs (ohne Kraftstoff-, Passagier- und Frachtmasse) hat mit bis zu 60 % die Struktur des Flugzeugs [Hei10b]. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, vor allem für die Strukturgewichte verlässliche Abschätzungen zu generieren.

Um die Qualität der Abschätzung von Massen für unkonventionelle Entwürfe zu ermitteln bzw. zu erhöhen, ist es daher unerlässlich, die Unsicherheiten herauszuarbeiten, die dem Prozess zugrunde liegen. Besonderes Interesse kommt dabei der Primärstruktur (siehe Kapitel 2.2) zu, da sich diese je nach Konfigurationsdetails erheblich verändern kann. Anhand dessen lässt sich die Fragestellung der nachfolgenden Arbeit gezielt formulieren:

*Wie lassen sich die Unsicherheiten im Flugzeugstrukturentwurf erkennen und welche Auswirkungen haben sie auf die Vorhersage der Primärstrukturmasse?*

Um diese Untersuchung durchzuführen, wird in Kapitel 2.1 die Vorgehensweise beim Flugzeugentwurf ausführlich betrachtet. Gesondertes Augenmerk wird dabei auf die Methoden bei der Strukturentwicklung gelegt, um nachvollziehen zu können, welche Größen einen Einfluss auf den Aufbau und das Aussehen der Struktur haben (Kapitel 2.2). Um die Unsicherheiten, die im Laufe der Arbeit herausgearbeitet werden, sinnvoll kategorisieren und beschreiben zu können, werden in den Kapiteln 2.3 und 2.4 Vorschläge zur Einteilung der Unsicherheiten formuliert, sowie die Methoden beschrieben, die zur Quantifizierung der Unsicherheiten herangezogen werden. Zur Vervollständigung der Grundlagen wird in Kapitel 2.5 das Projekt der Strut-braced wing-Konfiguration vorgestellt, an der das DLR die Entwicklung des Entwurfssystems durchführt und testet.



---

Für die Analyse, welche Auswirkungen die Unsicherheiten auf die Vorhersage der Primärstrukturmasse haben, wird ein computergestütztes Modell verwendet. Dieses Modell, sowie einige andere Computerprogramme, die im Laufe der Arbeit zum Einsatz kommen, werden in Kapitel 3 vorgestellt und beschrieben.

Um die Schritte auf dem Weg zur Formulierung einer Antwort auf die Fragestellung dieser Arbeit zu verdeutlichen, werden die Methoden in Kapitel 4 zunächst am vereinfachten Beispiel eines Zugstabs getestet. Diese Maßnahme wird dazu genutzt, sich mit den statistischen Methoden vertraut zu machen, bevor sie auf das hochkomplexe Problem des Flugzeug- bzw. Strukturentwurfs übertragen werden. Die Vorgehensweise entspricht hierbei einem bestimmten Schema: Der Beschreibung des Problems schließt sich eine Sensitivitätsanalyse an, welche im nächsten Schritt für eine Eingrenzung der Parameter genutzt werden kann. Auf der Grundlage dessen kann eine Auswertung der Effekte auf die in der Untersuchung relevante Ergebnisgröße erfolgen.

Der Hauptteil der Arbeit gliedert sich in vier Teile, welche auf die Kapitel 5 und 6 aufgeteilt sind. Zu Beginn werden nach Möglichkeit alle Parameter herausgearbeitet, die einen Einfluss auf die Primärstrukturmasse haben (Kapitel 5.1). In einem zweiten Schritt werden in Kapitel 5.2 zuerst bestimmte Kategorien und anschließend präzise Parameter identifiziert, deren Einfluss unter keinen Umständen vernachlässigt werden darf. Hier findet sich die in Kapitel 4 beschriebene Vorgehensweise wieder. Die erkannten Einflussgrößen können daraufhin im Rahmen des dritten Teils (Kapitel 5.3) quantifiziert werden, wobei diverse Vereinfachungen getroffen werden. Insbesondere das in dieser Arbeit angewandte Vorgehen bei der Quantifizierung der Materialkennwerte von Faserverbundwerkstoffen kann als Vorschlag verstanden werden, wenn nur wenige Informationen zu den Herstellungs- und Testbedingungen zur Verfügung stehen. Mit Hilfe aller beschriebenen Maßnahmen ist es in Kapitel 6 schließlich möglich, beispielhaft die Auswirkungen der ausgewählten Unsicherheitsfaktoren auf die Vorhersage der Primärstrukturmasse zu untersuchen. Dies soll zum Einen anhand einer Basiskonfiguration durchgeführt werden, bei der jegliche Geometrieparameter festgelegt sind. Zum Anderen wird ein Vorgehen gezeigt, welches richtig angewendet eine Entscheidungshilfe sein kann, wenn z. B. nicht klar ist, auf welche Spannweite oder welche Flügelpfeilung sich festgelegt werden soll. Abschließend werden die Auswirkungen der reinen Materialunsicherheiten am Beispiel eines Faserverbundflugzeugs aufgezeigt. Die Ergebnisse werden im direkten Zusammenhang mit den Ausführungen diskutiert, wobei jedoch beachtet werden muss, dass die Diskussion lediglich aus Sicht einer optimierten Primärstruktur geführt wird und hierbei keine weiteren Aspekte wie beispielsweise aerodynamische Einflüsse berücksichtigt werden. Abschließend wird in Kapitel 7 ein Fazit gezogen, sowie ein Ausblick auf weitere Forschungsmöglichkeiten gegeben.



## 2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden zunächst die Grundlagen des Flugzeug- und Strukturentwurfs, sowie der Unsicherheitsuntersuchungen vorgestellt. Außerdem wird eine Übersicht über die statistischen Hilfsmittel gegeben, die nötig sind, um Unsicherheiten effektiv beschreiben zu können. Darüber hinaus wird gezeigt, wie sich prüfen lässt, ob eine Reihe von Ergebnissen oder Stichproben einer bestimmten Verteilungsart zuzuordnen ist. Anschließend wird das Projekt des DLR vorgestellt, in dessen Rahmen diese Arbeit platziert ist.

### 2.1 Flugzeugentwurf

Bereits bei einer oberflächlichen Betrachtung wird deutlich, dass der Flugzeugentwurf ein sehr komplexer Prozess ist. Es gibt je nach Einsatzgebiet verschiedene Anforderungen an die Eigenschaften eines Flugzeugs, sodass es unmöglich ist, ein Flugzeug zu entwickeln, welches für alle Käufer und/oder für alle Zwecke nutzbar ist [vgl. Niu97a, S. 3]. Um daher ein Flugzeug zu entwickeln, welches sich auch erfolgreich verkaufen lässt, hat es sich in der Vergangenheit bewährt, drei verschiedene Phasen des Flugzeugentwurfs zu unterscheiden, die Raymer [Ray92, S. 4] wie folgt beschreibt:

- Konzeptphase (Conceptual Design)
- Definitionsphase (Preliminary Design)
- Konstruktionsphase (Detail Design)

Die **Konzeptphase** hat hierbei Marktforschungscharakter und dient somit der Beantwortung von Fragen wie zum Beispiel [Ray92, S. 4]:

- Wird es funktionieren?
- Wie wird es aussehen?

- Welche Anforderungen gibt es an das Design?
- Was sollte es wiegen und kosten?

In dieser Phase wird im Austausch mit potenziellen Kunden die grobe äußere Struktur des Flugzeugs definiert, d. h. die Anzahl und Anordnung der Triebwerke wird festgelegt, die Entwurfsreichweite bestimmt und die Nutzlastmasse (Passagiere und Fracht) determiniert. Diese Entwurfsfaktoren werden als sogenannte Top Level Aircraft Requirements (TLARs) definiert und dienen als Anhalts- und Prüfpunkte für den kompletten restlichen Flugzeugentwurf. Am Ende der Konzeptphase wird durch das sogenannte „Design Freeze“ das zu entwickelnde Konzept festgelegt und die nächste Phase kann begonnen werden.

Die **Definitionsphase** beschäftigt sich anschließend mit folgenden Punkten [Ray92, S. 4]:

- Kabinenaufbau,
- Entwickeln von Test- und Analysegrundlagen,
- Ausgestaltung wichtiger und großer Bauteile,
- Berechnung der voraussichtlichen Kosten.

Hier wird demnach, bedingt durch Kabinenvorgaben (Anzahl Gänge/Sitze nebeneinander, usw.), der detailliertere Rumpfaufbau festgelegt. Außerdem werden erste Gewichte abgeschätzt, um den einzelnen Disziplinen (Aerodynamik, Flugmechanik, Antriebstechnik, usw.) erste Anhaltspunkte für ihre Berechnungen zur Verfügung zu stellen. Bereits in dieser Phase werden iterative Entwurfsrechnungen durchgeführt, um höhere Genauigkeiten bei der Vorhersage von z. B. Primärstrukturmassen zu erzielen (vgl. Kapitel 2.2). Dies dient unter anderem dazu, dem späteren Kunden gegenüber verlässliche Garantien über die Leistungsfähigkeit und Wirtschaftlichkeit des Flugzeuges machen zu können [vgl. Hei10a, S. 67].

Anschließend geht das Projekt in die **Konstruktionsphase** über, welche sich nach Raymer [Ray92, S. 4] mit folgenden Aspekten auseinandersetzt:

- Ausgestaltung aller zu fertigender Teile,
- Aufbau der Fertigungsstraße,
- Zulassungstests von Bauteilen (Fahrwerk, Struktur, usw.),
- Verfeinerung von Gewichts- und Leistungsangaben.

Am Ende der Konstruktionsphase stehen damit sämtliche Baupläne des Flugzeuges zur Verfügung und die Fertigungsanlagen sind bereitgestellt. Sämtliche Lastannahmen und Testszenarien sind definiert und können im Rahmen der Zulassung überprüft werden.

Um diesen gesamten, hochkomplexen Prozess des Flugzeugentwurfs in einer überschaubaren Zeit bewältigen zu können, laufen viele Prozesse innerhalb der jeweiligen Phasen multidisziplinär und iterativ ab. Multidisziplinär bedeutet, dass alle Prozesse mehr oder weniger parallel stattfinden, was den Vorteil hat, dass die Entwicklungszeit reduziert wird, da schneller ein Gesamtergebnis erreicht werden kann. Außerdem wird davon profitiert, dass sich die Experten auf ihren jeweiligen Teilbereich fokussieren können. Auf der anderen Seite birgt es aber den Nachteil, dass der einzige Austausch zwischen den Abteilungen in den jeweils getrennt erzielten Ergebnissen liegt [Wik16]. Mit Hilfe des iterativen Vorgehens nähert man sich der exakten Lösung schrittweise, da viele Parameter wechselseitig voneinander abhängig sind und sich Änderungen gegenseitig beeinflussen, wodurch schließlich ein Gesamtergebnis erzielt werden kann.

## **2.2 Strukturentwurf**

Die Struktur eines Flugzeugs ist das Grundgerüst und bestimmt maßgeblich die Form des Flugzeugs. Sie überträgt Lasten zwischen den Bauteilen und sorgt so dafür, dass ein im mechanischen Sinne last-balanciertes System entsteht. Es wird hierbei zwischen der sogenannten Primär- und Sekundärstruktur unterschieden, wobei sich die eindeutige Definition der Primärstruktur schwierig gestaltet. Nach Rossow, Wolf und Horst [RWH14, S. 391] umfasst die Primärstruktur Komponenten unter hoher Belastung, bei denen ein Ausfall zum sofortigen Versagen des gesamten Fluggeräts führen kann. Allerdings werden in der Literatur auch Fälle beschrieben, in denen das Flugzeug auch mit beschädigter Primärstruktur sicher landen konnte [Niu97b, S. 554]. Beispiele für Primärstrukturbauteile sind Stringer, Spanten und Rippen.

Nach Rossow, Wolf und Horst [RWH14, S. 391] gehören zu den Sekundärstrukturen Komponenten, deren Ausfall nicht unmittelbar zum Versagen des Fluggeräts führt, deren Beschädigung aber Beeinträchtigungen und Effizienzeinbußen nach sich zieht. Sekundärstrukturen sind zum Beispiel aerodynamische Verkleidungen wie der Übergang von Flügel zu Rumpf oder Wing-Tips [Niu97b, S. 566]. Auch Auftriebssysteme wie Klappen und Spoiler können als Sekundärstruktur betrachtet werden.

Die Entwicklungsschritte auf dem Weg zur vollständigen Struktur umfassen dabei folgende Punkte (übersetzt aus [Niu97b, S. 3-4]):

- Spezifikation von Funktion und Design-Kriterien
- Bestimmung von grundlegenden externen Lasten
- Berechnung der internen Bauteillasten
- Bestimmung der zulässigen Bauteilfestigkeit sowie der erforderlichen Sicherheiten
- Experimenteller Nachweis und/oder Begründung des Testprogramms

Ein Grundsatz in der Strukturentwicklung für den Rumpf lautet, dass von innen nach außen entworfen wird [Hei10b, S. 4]. Das Prinzip lässt sich wie folgt veranschaulichen: Durch die in den TLARs festgelegte Anzahl der Passagiere bestimmt sich zu einem großen Teil der Innenraum z. B. die erforderliche Anzahl an Küchen und Toiletten und der erforderliche Passagier- und Gepäckraum. Dadurch entsteht ein Kabinenlayout, aus dem sich Rumpfdurchmesser und -länge (*Außen*) ableiten lassen. Somit kann ein erstes Geometriemodell des Rumpfes aufgestellt werden, an dem die Verknüpfungspunkte zu weiteren Komponenten wie Leitwerk oder Triebwerken definiert werden. Unter Zuhilfenahme von Erfahrungswerten für erste Stringer- und Spantabstände entsteht ein erstes vollständiges Strukturmodell des Rumpfes. Für die Strukturgeometrie von Flügeln und Leitwerk sind in erster Linie die erforderlichen Flächen dimensionierend. Diese können empirisch aus den vorhandenen TLARs abgeschätzt werden. Zusammen mit einer ersten Annahme für das Flügel- bzw. Leitwerksprofil lässt sich so die grobe äußere Form und somit ein vorläufiges Strukturmodell erstellen. Der Modellaufbau für einen Flügel wird in Kapitel 3.1 beispielhaft erklärt.

Die Bestimmung von grundlegenden externen Lasten basiert auf empirischen Massenberechnungen, sowie Zulassungsrichtlinien der European Aviation Safety Agency (EASA), welche z. B. Manöver- oder Böenlasten beschreiben. Diese Lasten werden auf das erstellte Strukturmodell übertragen, wodurch sich die Lastverteilung entlang der Struktur ableiten lässt. Daraus lässt sich bestimmen, welches Sicherheitskriterium (z. B. Festig- oder Steifigkeit) für ein Bauteil dimensionierend ist. Aufgrund dessen lässt sich ein bevorzugtes Material festlegen, welches mit bestimmten Eigenschaften einhergeht. Dies können z. B. Festig- oder Steifigkeiten, aber auch Ermüdungs- oder Rissausbreitungseigenschaften sein. Zusammen mit den zu Grunde gelegten Sicherheiten lässt sich somit die erforderliche Bauteildicke an der jeweiligen Stelle berechnen, die nötig ist, um die Lasten zu übertragen. Aus den Bauteildicken lassen sich anschließend neue und genauere Primärstrukturmassen berechnen, die wiederum zu neuen Lasten führen. Dieser Prozess wird bis zur Konvergenz wiederholt.

Ein Optimierungsproblem entsteht nun dadurch, dass das minimale Eigengewicht angestrebt wird, um wirtschaftliche Anforderungen einzuhalten. Variationsmöglichkeiten sind beispielsweise in Form des Stringer- bzw. Spantabstandes oder des verwendeten Materials gegeben. Es werden verschiedene Szenarien durchgespielt, von denen am Ende das ausgewählt wird, welches das geringste Gewicht unter Einhaltung aller Versagenskriterien aufweist.

Für die Entwicklung und Dimensionierung der Struktur wird in der Regel bereits ab der Definitionsphase des Flugzeugentwurfs ein Finite Elemente-Modell (FE-Modell) verwendet. Hierdurch wird die Rechenzeit im Vergleich zu analytischen Methoden zwar erhöht, die Genauigkeit der Ergebnisse nimmt jedoch deutlich zu. Zu Grunde liegen diesem Prozess ein Geometriemodell und erste Daten zur Aerodynamik und Flugmechanik, sowie die Vorschriften der EASA, die später auch als Zulassungskriterien dienen.

## 2.3 Unsicherheit, Wahrscheinlichkeit und Entropie

Unsicherheit und Wahrscheinlichkeit sind zwei Themen, die in unmittelbarem Zusammenhang stehen. Es ist dabei allgemein akzeptiert, dass die Wahrscheinlichkeit die mathematische Ausdrucksweise der Unsicherheit ist [Win96, S. 1]. Darum wird in diesem Kapitel eine Möglichkeit zur Definition von Unsicherheiten gezeigt. Außerdem werden im nachfolgenden Kapitel 2.4 die statistischen Hilfsmittel vorgestellt, mit denen die Wahrscheinlichkeit als Ausdruck der Unsicherheit dargestellt werden kann. Ein dritter Begriff, der in diesem Zusammenhang wichtig ist, ist der aus der Thermodynamik bekannte Begriff der Entropie, der hier zur Messung der vorhandenen Informationen verwendet wird. Hierbei gilt: je geringer die Entropie, desto höher der Informationsgehalt [Kne03, S. 32]. Winkler gibt für die Verknüpfung der drei Begriffe die Idee für ein einfaches Beispiel [Win96, S. 2/3]:

Die *Wahrscheinlichkeit*, dass eine ideale Münze beim Werfen auf der Kopfseite landet, kann einleuchtend mit  $\frac{1}{2}$  angenommen werden. Ob die Münze nun aber tatsächlich auf der Kopfseite landet, ist *unsicher*, da die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze auf der Zahlseite landet ebenfalls  $\frac{1}{2}$  ist. Auf den ersten Blick lässt sich die Unsicherheit, welche Seite nach dem Wurf nach oben zeigt, auch nicht reduzieren. Werden nun aber mehr Informationen über die äußeren Umstände erlangt, z. B. die vor dem Wurf nach oben zeigende Seite, die Wurfhöhe, die Anfangsgeschwindigkeit o. ä., wird die Entropie reduziert und es kann durch Zuhilfenahme von physikalischen Gesetzen relativ *sicher* berechnet werden, ob die Münze auf der Kopf- oder auf der Zahlseite landen wird. Die

Unsicherheit, auf welcher Seite die Münze landet, ist demnach eine Funktion der Entropie und lässt sich durch die Wahrscheinlichkeiten des Eintreffens der Anfangsparameter wie z. B. der Wurfhöhe beschreiben.

Um eine Unsicherheit quantifizieren zu können, werden somit Informationen über den Ursprung und die Umgebung des unsicheren Parameters benötigt. Vorher ist es allerdings wichtig, Unsicherheiten zu kategorisieren, um sie unterscheiden und bewerten zu können, aber vor allem um zu wissen, in welcher Umgebung nach mehr Informationen gesucht werden sollte. Eine mögliche Kategorisierung beschreiben Walker u. a. [Wal+03]. Die Autoren unterscheiden hierbei zwischen drei Dimensionen der Unsicherheiten:

- Der **Ort** der Unsicherheit beschreibt, wo diese sich innerhalb des Modells manifestiert.
- Die **Ebene** der Unsicherheit ist, wo diese sich einordnet zwischen „Deterministischem Wissen“ und „völliger Unkenntnis“.
- Die **Natur** der Unsicherheit ist, ob sie durch mangelnde Kenntnis oder durch Variabilität des Phänomens auftritt.

Diese Dimensionen können jeweils noch einmal unterteilt werden. Der **Ort** gliedert sich hierbei in

- die *Kontextunsicherheit*, welche die Unsicherheit der Modellgrenzen und somit der Inhalte, die sich innerhalb und außerhalb des betrachteten Systems befinden, beschreibt.
- die *Modellunsicherheit*, die sich in die Modellstruktur-Unsicherheit über die Form des Modells und in die Modell-technische Unsicherheiten durch die Implementierung im Computersystem gliedert.
- die *Eingabeunsicherheiten*, die sich durch den Bezug auf das Referenzsystem sowie die dazugehörigen externen Antriebe, die das System verändern, ergeben.
- die *Parameterunsicherheit*, die verknüpft ist mit den Eingangsdaten und den Methoden zur Kalibrierung der Modellparameter.
- die *Ergebnisunsicherheit*, welches die zusammengerechnete Unsicherheit des Modells ist und eine Grundlage für eine Entscheidung liefern kann.



Nach Walker u. a. [Wal+03, S. 11-13] beschreibt die **Ebene** der Unsicherheiten, auf welchem Wissenstand sich die Unsicherheit befindet. Um eine Unsicherheit möglichst exakt zu bestimmen, sollte möglichst viel über sie bekannt sein und sie somit statistisch bestimmt sein (*Statistische Unsicherheit*). Ist es nicht möglich die Unsicherheit statistisch zu bestimmen, ist zu prüfen, ob eine *Szenario-Unsicherheit* besteht, d. h. ob es mehrere mögliche (zukünftige) Szenarien gibt, zwischen denen nicht eindeutig differenziert werden kann. Ist auch dies nicht mit Gewissheit zu sagen, besteht die Unsicherheit auf der Ebene der *bewussten Ignoranz*, was bedeutet, dass zwar klar ist, dass es eine Unsicherheit gibt, diese jedoch nicht näher beschrieben werden kann. Als letzte Ebene gibt es noch die *völlige Unkenntnis*, welche impliziert, dass einem noch nicht einmal bewusst sein muss, dass eine Unsicherheit existiert.

Für die **Natur** der Unsicherheit gibt es nach Walker u. a. [Wal+03, S. 13] die Unterscheidung zwischen

- *Epistemischer Unsicherheit*, welche auf Wissensmangel zurückzuführen ist und evtl. durch Forschungsaufwand reduziert werden kann, und
- *Aleatorischer Unsicherheit*, welche auf naturgegebene Variabilität des Systems zurückzuführen ist und nicht weiter reduzierbar ist.

Die im Rahmen dieser Arbeit behandelten Unsicherheiten sind in der Regel Parameterunsicherheiten. Die meisten Eingangsgrößen im Flugzeugentwurf sind parametrisch und damit von Fall zu Fall veränderbar. Modellunsicherheiten werden in Kapitel 3.4 kurz diskutiert, sind aber laut Aufgabenstellung von der Quantifizierung ausgeschlossen. Aufgrund der zu erwartenden Vielfalt an Parameterunsicherheiten werden Kontext- und Eingabeunsicherheiten ebenfalls nicht näher betrachtet. Die Quantifizierung der Ergebnisunsicherheit stellt ein Ziel der Arbeit dar und wird in Kapitel 6 vorgenommen.

Die Ebene der hier behandelten Unsicherheiten wird auf die statistische Unsicherheit begrenzt. Es wird folglich davon ausgegangen, dass alle Unsicherheiten mit den in Kapitel 2.4 vorgestellten, statistischen Hilfsmitteln zu beschreiben sind. Einige der behandelten Parameter sind auch der Szenario-Unsicherheit zuzuordnen (z. B. Flügelpfeilung). Diese werden aber ausschließlich zur Untersuchung der Ergebnisunsicherheit herangezogen, um eine Aussage über die Unsicherheiten in den verschiedenen Szenarien zu bekommen.

Die Natur der zu betrachtenden Unsicherheiten ist hierbei weitestgehend epistemischer Natur. Dies ist einfach nachvollziehbar, unter der Betrachtung, dass die Genauigkeit der Ergebniswerte im Flugzeugentwurf durch den Zugewinn an Informationen im iterativen Prozess bis zur Zulassung immer weiter zunimmt. Einzige Ausnahme hierbei stellen die

Materialeigenschaften dar, deren Unsicherheit für diese Arbeit als aleatorisch angenommen wird, da der Forschungsaufwand zur Reduktion des Wissensmangels sehr aufwendig ist.

### 2.4 Statistische Ausdrucksweise der Unsicherheit

Um einen unsicheren Parameter zu quantifizieren ist es wichtig, zwei Dinge aus der Statistik zu kennen. Zum Einen ist dies der Wertebereich, d. h. in welchem Rahmen eine Zufallsvariable  $X$  variieren kann (z. B. Spannweite zwischen 1 m und 100 m). Im Rahmen dieser Arbeit wird statt Zufallsvariable nachfolgend das in diesem Zusammenhang passendere Wort Parameter verwendet. Zum Zweiten ist es die Wahrscheinlichkeit  $P$ , mit welcher der Parameter  $X$  einen bestimmten Wert aus dem Wertebereich annimmt. Um diese beiden Informationen zu verknüpfen, eignen sich Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Diese geben an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Parameter einen größeren oder kleineren Wert als dem vorgegebenen reellen Wert  $x$  annimmt [vgl. Pap16, 318ff].

Es wird grundsätzlich zwischen mehreren bekannten, verschiedenen Verteilungen bzw. Verteilungsfunktionen unterschieden. Jede Verteilungsfunktion beschreibt hierbei die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines bestimmten Ereignisses oder Parameters. Häufig verwendete Verteilungsfunktionen sind:

- Normalverteilung
- logarithmische Normalverteilung
- Weibull-Verteilung
- Rechteckverteilung
- Dreieckverteilung
- $\chi^2$ -Verteilung
- Studentsche t-Verteilung

Zur Verdeutlichung wird die Normalverteilung ausführlich erklärt, da zu erwarten ist, dass diese für die meisten Parameter die passendste Beschreibung darstellt. Hierbei werden auch die Hypothesen und Rechenschritte erläutert, die nötig sind, um zu beurteilen, ob eine Menge von Stichproben bzw. Ergebnissen tatsächlich als normal verteilt angenommen werden kann.

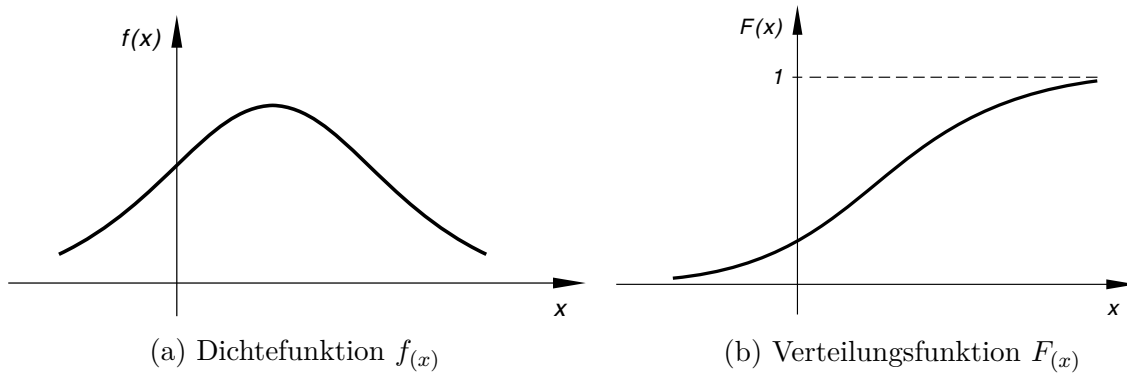


Abbildung 2.1: Funktionen zur Darstellung der Wahrscheinlichkeit von stetigen Verteilungen [Pap16, S. 327]

Die Funktionen können relativ einfach graphisch erklärt werden. Es wird bei der graphischen Darstellung zwischen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (oder kurz: Dichtefunktion)  $f_{(x)}$  und der Verteilungsfunktion  $F_{(x)}$  unterschieden. Ein typischer Verlauf der beiden Funktionen für eine stetige (Variablen in Naturwissenschaft und Technik sind oft stetig) Normalverteilung ist in Abbildung 2.1 gegeben. Die nachfolgende Definition der Begriffe ist dabei aus Papula [Pap16, S. 328] entnommen.

Betrachtet wird ein Parameter im Wertebereich  $-\infty < x < \infty$ . Mathematisch ist der Zusammenhang zwischen den beiden Funktionen  $f_{(x)}$  und  $F_{(x)}$  dadurch gegeben, dass die Dichtefunktion  $f_{(x)}$  die erste Ableitung der Verteilungsfunktion  $F_{(x)}$  ist. Die Verteilungsfunktion  $F_{(x)}$  ist dabei monoton wachsend und strebt für  $x \rightarrow \infty$  asymptotisch den Wert 1 an. Daraus lässt sich anschaulich ableiten, dass die Fläche unter der Kurve der Dichtefunktion  $f_{(x)}$  exakt den Wert 1 besitzt, was einsichtig ist, da  $X$  mit Sicherheit im Intervall  $-\infty < x < \infty$  liegt. Zusätzlich lässt sich die Wahrscheinlichkeit ableiten, mit welcher der Parameter  $X$  einen Wert im Intervall zwischen  $a$  und  $b$  annimmt (vgl. Abbildung 2.2). Mathematisch ausgedrückt lässt sich demnach sagen [Pap16, Gl. II-95, S. 330]:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_{(x)} dx = F_{(a)} - F_{(b)} \quad (2.1)$$

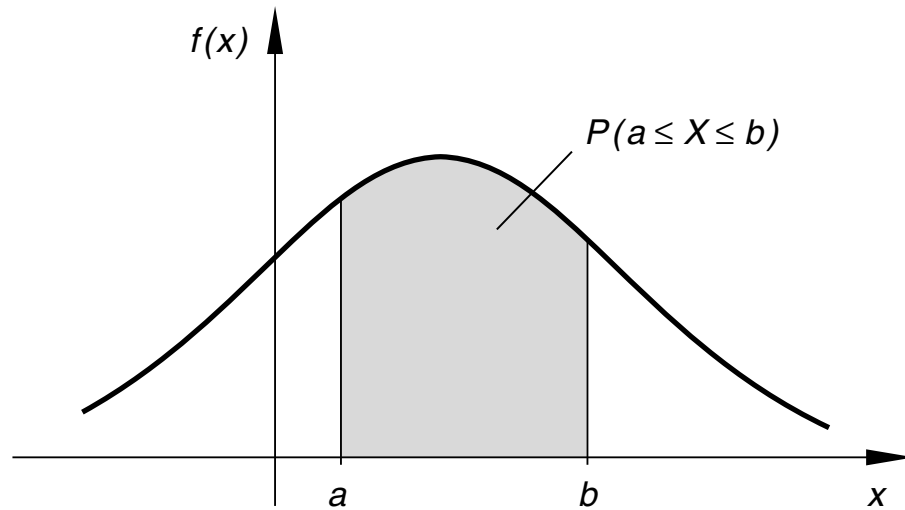


Abbildung 2.2: Dichtefunktion - grau unterlegt ist die Fläche, die die Wahrscheinlichkeit  $P(a \leq X \leq b)$  wiedergibt, mit der der Parameter einen Wert zwischen  $a$  und  $b$  annimmt [Pap16, S. 329]

Jede Verteilung lässt sich dabei durch vier Kennwerte beschreiben (nach Papula [Pap16]):

- Der **Erwartungswert**  $E_{(X)}$  beschreibt den Wert, der bei mehrfach wiederholten Tests *erwartet* werden kann. Für die Normalverteilung (und auch andere Verteilungen) entspricht der Erwartungswert dem Mittelwert  $\mu$ . Er lässt sich nach Papula [Pap16, Gl. II-110, S. 344] wie folgt berechnen:

$$\mu = E_{(X)} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_{(x)} dx \quad (2.2)$$

Für die Normalverteilung von  $n$  Stichproben lässt sich der diskrete Mittelwert auch über das arithmetische Mittel abschätzen und somit durch [LTH13, Kap. HSB4200-02, S. 11]

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.3)$$

berechnen.

- Die **Varianz**  $\sigma^2$  beschreibt die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert  $\mu$ . Durch sie wird die Streuung um den Mittelwert zum Ausdruck gebracht. Eine

kleine Varianz drückt somit eine geringe Wahrscheinlichkeit für große Abweichungen vom Mittelwert aus. Sie lässt sich nach Papula [Pap16, Gl. II-111/II-113, S. 344/345] (Gl. 2.4 und 2.5) bzw. diskret nach LTH [LTH13, Kap. HSB4200-03, S. 22] (Gl. 2.6) mit folgenden Formeln berechnen:

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f_{(x)} dx \quad (2.4)$$

$$\sigma^2 = E_{(X^2)} - \mu^2 \quad (2.5)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_1^n (x_i - \mu)^2 \quad (2.6)$$

- Die **Standardabweichung** ist ein anderes Maß für die Streuung und beschreibt die durchschnittliche mittlere Abweichung vom Mittelwert. Sie besitzt dabei den Vorteil, dass sie dimensions- und einheitengleich zum Parameter  $X$  ist. Sie berechnet sich durch [Pap16, Gl. II-112, S. 345]:

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (2.7)$$

Für eine diskrete Stichprobenmenge mit  $n$  Stichproben lässt sich die Standardabweichung abschätzen über [LTH13, Kap. HSB4200-02, S. 13]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n (x_i - \mu)^2} \quad (2.8)$$

- Auch der **Variationskoeffizient**  $v$  kann sinnvoll zur Beschreibung der Streuung sein, da er die relative Abweichung vom Mittelwert beschreibt. Er lässt sich berechnen über [LTH13, Kap. HSB4200-01, S. 6]

$$v = \frac{\sigma}{\mu} \quad (2.9)$$

Über die Dichtefunktion lassen sich außerdem Wahrscheinlichkeiten berechnen, mit denen der Parameter  $X$  in bestimmten Intervallen liegt. Hierbei ist es auch wichtig, das Vertrauensniveau  $\gamma$  zu kennen, welches die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, ob das gewählte Konfidenzintervall richtig ist. Typische Werte für das Vertrauensniveau sind  $\gamma = 0,95 \rightarrow 95\%$  oder  $\gamma = 0,99 \rightarrow 99\%$  [Pap16, S. 516]. Für die Intervallbestimmung ist es erforderlich, die Dichtefunktion mathematisch zu beschreiben. Dies kann mit Hilfe

der eben beschriebenen Kennwerte geschehen und ergibt sich für eine Normalverteilung zu [Pap16, Gl. II-159, S. 371]:

$$f_{(x)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad (2.10)$$

Die Intervalle, in denen ein Parameter mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit liegt, werden dabei in der Regel als Vielfaches der Standardabweichung angegeben. Dies erleichtert es, nur mit Hilfe des Mittelwertes und der Standardabweichung einen schnellen Überblick darüber zu erlangen, in welchen Intervallen der Parameter  $X$  mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten liegt. Am häufigsten werden dabei die einfache, zweifache und dreifache Standardabweichung verwendet, welche für die Normalverteilung mit folgenden Werten für die Wahrscheinlichkeiten einhergehen [Pap16, S. 384/385]:

- Einfache Standardabweichung:  $X$  liegt zu ca. 68,3 % im Intervall  $\mu \pm \sigma$
- Zweifache Standardabweichung:  $X$  liegt zu ca. 95,4 % im Intervall  $\mu \pm 2\sigma$
- Dreifache Standardabweichung:  $X$  liegt zu ca. 99,7 % im Intervall  $\mu \pm 3\sigma$

Darüber hinaus gibt es noch die Möglichkeit sogenannte *Quantile* zu beschreiben. Diese beschreiben die Wahrscheinlichkeit, dass der Parameter  $X$  einen Wert annimmt, der größer oder kleiner ist als ein Grenzwert  $x_p$ . Diese werden z. B. für Materialkennwerte verwendet und dort als A- und B-Werte bezeichnet. Häufig verwendet werden hierbei das 90 %-Quantil (B-Wert) und das 99 %-Quantil (A-Wert), die im Falle der Materialkennwerte beschreiben, dass mindestens 90 % (bzw. 99 %) aller zu erwartenden Parameterwerte  $X$  über einem bestimmten, noch unbekannten, Wert liegen müssen.

Um für eine Testreihe bzw. eine Reihe von Stichproben nun die Aussage treffen zu können, ob die Verteilungsfunktion als Normalverteilung angenommen werden kann, gibt es verschiedene Tests, die aber alle auf einem ähnlichen Prinzip aufbauen. Sie alle stellen eine Nullhypothese  $H_0$  auf, die besagt, dass die Stichprobenreihe als normal verteilt angenommen werden kann. Anschließend werden verschiedene Berechnungen durchgeführt, um am Ende ein Vergleichskriterium zu erhalten. Wird das Vergleichskriterium erfüllt, kann die Nullhypothese und somit die Stichprobenreihe als normal verteilt angenommen werden. Wird das Kriterium nicht erfüllt, kann die Hypothese nicht angenommen werden und es muss eine andere Verteilungsfunktion für die Testreihe gefunden werden.

In diesem Zusammenhang ist noch der Begriff *Signifikanzniveau* wichtig. Das Signifikanzniveau  $\alpha$  ist „die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist (sog. Fehler 1. Art)“ [Pap16, S. 546]. In der Regel wird  $\alpha$

dabei recht klein gewählt, übliche Werte sind  $\alpha = 0,05 \rightarrow 5\%$  oder  $\alpha = 0,01 \rightarrow 1\%$ . Das Signifikanzniveau  $\alpha$  kann auch dazu verwendet werden, das Vertrauensniveau  $\gamma = 1 - \alpha$  zu berechnen.

In dieser Arbeit wird beim Test auf Normalverteilung der Shapiro-Wilk-Test angewendet, da dieser sich durch eine hohe Teststärke auszeichnet, sowohl bei kleinen Stichprobenmengen bis  $n = 50$  als auch (in seiner durch Royston [Roy92] erweiterten Form) bei großen Stichprobenmengen bis  $n = 2000$  [vgl. Sei02]. Der Test beruht dabei auf einem Varianzschätzer und vergleicht diesen mit einem Wert, den die Stichprobenmenge haben müsste, wenn sie normalverteilt ist.

Für Stichprobenmengen bis  $n = 50$  ist das Vorgehen sehr anschaulich im LTH [LTH13, Kap. HSB4200-03] beschrieben. Es wird zuerst die Zufälligkeit der Stichproben überprüft, um anschließend, sofern die Zufälligkeit der Stichproben gegeben ist, die Überprüfung auf Normalverteilung nach Shapiro und Wilk [SW65] durchzuführen. Für die Überprüfung auf Normalverteilung werden die  $n$  Stichproben zunächst der Größe nach  $(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(i)})$  sortiert, um anschließend den Wert  $A^2$  über

$$A^2 = \left( \sum_1^h a_{i,n} \cdot (x_{(n-i+1)} - x_{(i)}) \right)^2 \quad \text{mit } h = \frac{1}{2}n \text{ für } n=\text{gerade} \quad (2.11)$$

$$h = \frac{1}{2}(n - 1) \text{ für } n=\text{ungerade}$$

zu berechnen. Die Werte für  $a_{i,n}$  sind von Shapiro und Wilk [SW65, S. 13/14] zusammen mit der Veröffentlichung der Methode bereitgestellt worden. Um auf Normalverteilung zu testen, wird der Wert  $A^2$  mit dem (symmetrischen) Varianzschätzer  $B^2 = (n - 1) \cdot \sigma^2$  ( $\sigma^2$  aus Gl. 2.6) in Form des Wertes  $W$  in Verhältnis gesetzt.

$$W = \frac{A^2}{B^2} \quad (2.12)$$

Um nun eine belastbare Aussage darüber treffen zu können, ob die Hypothese angenommen oder verworfen wird, wird der  $W$ -Wert mit den von Shapiro und Wilk [SW65, S. 15] bereitgestellten Grenzwerten  $W_{krit}$  verglichen. Diese sind von der Anzahl der Stichproben abhängig und es muss das gewünschte Signifikanzniveau festgelegt werden. Ist der berechnete  $W$ -Wert über dem entsprechenden Grenzwert kann die Hypothese auf Normalverteilung angenommen werden. Kleine Werte für  $W$  sind immer ein Anzeichen dafür, dass die Stichproben nicht normal verteilt sind.

Für Stichprobenmengen  $n > 50$  wurde von Royston [Roy92] eine abgewandelte Form zur Berechnung des  $W$ -Wertes vorgestellt. Diese ermöglicht die Überprüfung von Grundgesamtheiten bis zu einer Stichprobenanzahl von  $n = 2000$ . Eine Erklärung zur Implementierung der Rechnung in Excel ist von Zaiontz [Zai13] gegeben. Die entsprechenden Grenzwerte  $W_{krit}$  sind beispielhaft von Royston [Roy92, S. 3] gegeben bzw. lassen sich für die vorhandene Stichprobenmenge über

$$W_{krit} = 1 - e^{(z \cdot s + m)} \quad \text{mit} \quad (2.13)$$

$$z = Q_{(1-\alpha)}$$

$$s = e^t \quad \text{mit} \quad t = -0,4803 - 0,082676 \cdot \ln(n) + 0,0030302 \cdot \ln(n)^2$$

$$m = -1,5861 - 0,31082 \cdot \ln(n) - 0,083751 \cdot \ln(n)^2 + 0,0038915 \cdot \ln(n)^3$$

berechnen [HG16, S. 392].  $Q$  ist dabei die Quantilfunktion der Standardnormalverteilung. Zusätzlich lässt sich über die Gl. 2.14 und 2.15 der p-Wert berechnen [Zai13]. Dieser wird ebenfalls gerne zur Überprüfung der Nullhypothese verwendet, da er direkt mit dem gewählten Signifikanzniveau verglichen werden kann. Ist der berechnete p-Wert größer als das gewählte Signifikanzniveau  $\alpha$ , darf die Nullhypothese angenommen werden.

$$p = 1 - Q_{(y)} \quad \text{mit} \quad (2.14)$$

$$y = \frac{\ln(1 - W) - m}{s} \quad (2.15)$$

## 2.5 Die SBW-Konfiguration des DLR

Das DLR arbeitet zur Zeit unter anderem am Projekt FrEACs (Future Enhanced Aircraft Configurations). Dieses Projekt hat zum Ziel, Unsicherheiten im Flugzeugentwurf von unkonventionellen Konfigurationen zu quantifizieren, zu bewerten und in einem Entwicklungssystem zu berücksichtigen. Hierfür wird im Projekt u.a. an einer Strut-braced wing-Konfiguration (SBW-Konfiguration) gearbeitet. Diese soll durch fortschrittliche Technologie und somit durch Kraftstoffeinsparungen den kommerziellen Einsatz ermöglichen. Die Konfiguration ist in Abbildung 2.3 gezeigt und wird nachfolgend kurz vorgestellt.

Die Reduktion des Kraftstoffverbrauchs soll in erster Linie dadurch erreicht werden, dass der induzierte Profilwiderstand des Flügels gesenkt wird, indem die Flügelstreckung erhöht wird. Die Flügelstreckung  $\lambda$  setzt nach Definition die Spannweite  $b$  und die Flügelfläche  $S$  miteinander in Verbindung und berechnet sich als

$$\lambda = \frac{b^2}{S} \quad (2.16)$$





Abbildung 2.3: Äußeres Design der SBW-Konfiguration des DLR

Nach Rossow, Wolf und Horst [RWH14, S. 76, Gl. 2.2.59] ist die Formel für den induzierten Widerstand

$$c_{W,i} = \frac{c_A^2}{\pi \lambda e} \quad (2.17)$$

wobei  $c_a$  der Auftriebsbeiwert,  $\lambda$  die Flügelstreckung und  $e$  die Oswald-Zahl ist. Nach Gl. 2.17 gilt: je größer die Flügelstreckung, desto kleiner der induzierte Widerstand. Da eine Mindestflügelfläche  $S$  für den erforderlichen Auftrieb vorhanden sein muss, ist die Streckung am einfachsten zu erhöhen, indem die Spannweite vergrößert wird (vgl. Gl. 2.16). Dies hat allerdings zur Folge, dass das Flügelbiegemoment durch den größeren Hebelarm entlang des Flügels zur Wurzel hin zunimmt und so zu einem sehr massiven Flügelholm und großen Hautdicken führt. Dadurch nimmt die Flügelmasse stark zu und es werden sehr große Deformationen erreicht, was zu aeroelastischen Problemen führen kann. Der Reduktion des Treibstoffverbrauches durch niedrigeren induzierten Widerstand steht eine Erhöhung des Verbrauchs durch die höhere Leermasse entgegen. Hier gilt es demnach, das Optimum zwischen Spannweite und Widerstandsreduktion zu finden. Eine Möglichkeit zur Reduktion des Flügelbiegemoments ist das Abstützen des Flügels durch Verstrebungen, den sogenannten *Struts*. Dies ist einfacher zu realisieren, wenn das Flugzeug in einer Hochdeckeranordnung gebaut wird. In diesem Fall werden die Struts auf Zug belastet, was mechanisch gesehen stabiler ist, da keine Knickungsgefahr besteht.

Am Heck des Flugzeugs sollen zwei Counter-rotating Open Rotors (CRORs), d. h. zwei Turbinen mit jeweils zwei auf einer Achse gegenläufig drehenden Rotorblättern angebracht werden. Diese haben den Vorteil, dass durch die gegenläufige Bewegung der Propeller die tangential Luftgeschwindigkeitskomponente reduziert und somit die Effektivität der Propeller erhöht wird. Nachteilig ist allerdings, dass diese Triebwerke im Vergleich zu einfach drehenden Propellern deutlich lauter sind [VV, S. 1/2]. Durch die Anbringung der Triebwerke am Rumpfheck, sowie durch Turbulenzeinflüsse des Flügels in Hochdeckeranordnung, wurde für das Leitwerk eine T-Form gewählt. Zusätzlich wird durch die Heckanordnung der CRORs die Verwirklichung eines Laminarflügels ermöglicht, da sich keine störende Geometrie entlang des Flügels befindet. Beim Laminarflügel befindet sich der Transitionspunkt, an dem die laminare in turbulente Strömung übergeht, viel weiter hinten als bei klassischen Flügelprofilen. Dadurch hat der Laminarflügel eine weitestgehend gleichmäßige laminare und nicht-turbulente Umströmung, was zusätzlich zu einer Verringerung des Widerstands führt. Grundlage dafür ist allerdings eine Reisegeschwindigkeit im subsonischen Bereich und geringere Profildicken, welche durch die Verwendung des Struts ermöglicht werden sollen.

## 3 Programme und Modell

Um eine Analyse der unsicheren Parameter im Strukturentwurf durchführen zu können, wird auf die Verwendung verschiedener Computerprogramme zurückgegriffen. Dies reduziert den Arbeitsaufwand und beschleunigt gleichzeitig die Ergebnisbildung. Dabei findet eine spezielle Beschreibungssprache Anwendung, die in Kapitel 3.1 beschrieben wird. Außerdem werden in den Kapiteln 3.2 und 3.3 die Programme vorgestellt, die im Rahmen der Arbeit verwendet werden. Abschließend wird in Kapitel 3.4 das Strukturmodell erläutert, auf dem die Berechnungen basieren.

### 3.1 CPACS

Zuerst soll an dieser Stelle die Beschreibungssprache erklärt werden, auf der das Modell aufbaut und welches zur Datenübermittlung zwischen verschiedenen Programmen genutzt wird. Das Common Parametric Aircraft Configuration Schema (CPACS) wurde vom DLR entwickelt und ist eine Beschreibungssprache auf XML-Basis (Extensible Markup Language) zur Abbildung von Eigenschaften und Daten eines Flugzeugentwurfs in einer hierarchischen und strukturierten Weise. Es ermöglicht den einfachen Austausch von Informationen zwischen verschiedenen Disziplinen im Flugzeugentwurf und kann hierbei auch Prozessinformationen für das entsprechende Werkzeug bereitstellen [DLR16]. Die Beschreibungssprache soll folgend beispielhaft anhand eines Flügels erläutert werden. Dies dient außerdem der Ergänzung der Grundlagen des Strukturentwurfs aus Kapitel 2.2.

Jegliche Geometrien sind im CPACS aus Profilen, Elementen, Sektionen, Positionen und Segmenten zusammengesetzt. Die Profile setzen sich aus Punkten zusammen, deren Verbindung durch einen Spline kontinuierlich beschrieben wird und bilden einen Schnitt auf der undeformierten Hülle, z. B. das Flügelprofil (vgl. Abbildung 3.1a). Mit Hilfe der Elemente und Sektionen kann das Profil skaliert, rotiert und verschoben werden, wobei im gegebenen Datensatz immer genau ein Element in jeder Sektion ist (siehe Abbildung

3.1b). Zusätzlich bietet die Positionierung innerhalb einer Sektion die Möglichkeit, die Gesamtlänge, die Pfeilung und die V-Stellung des Flügels einzustellen. Ein Segment wird abschließend immer von Sektion zu Sektion erzeugt (vgl. Abbildung 3.1c).

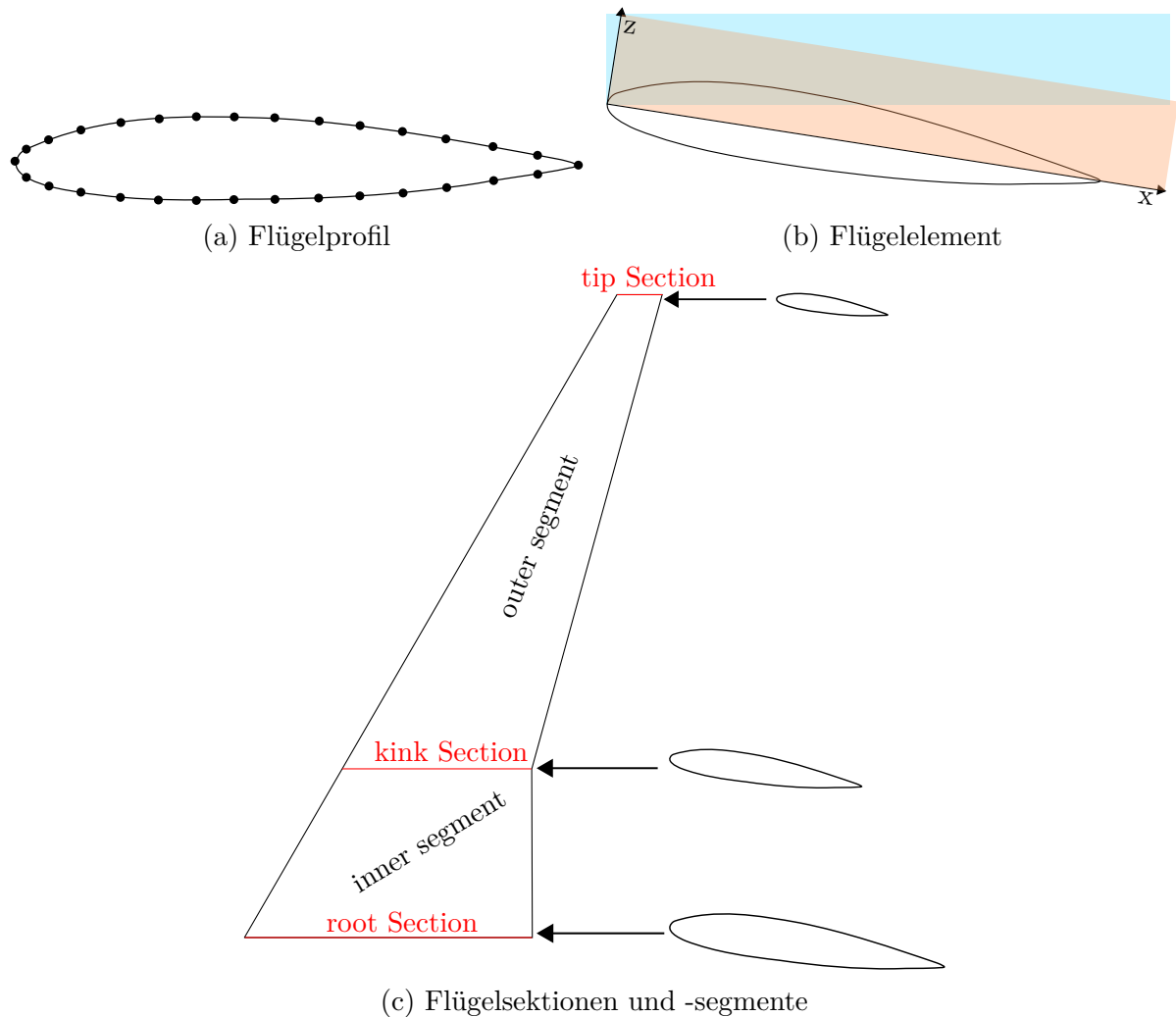


Abbildung 3.1: Aufbau eines Flügels im CPACS

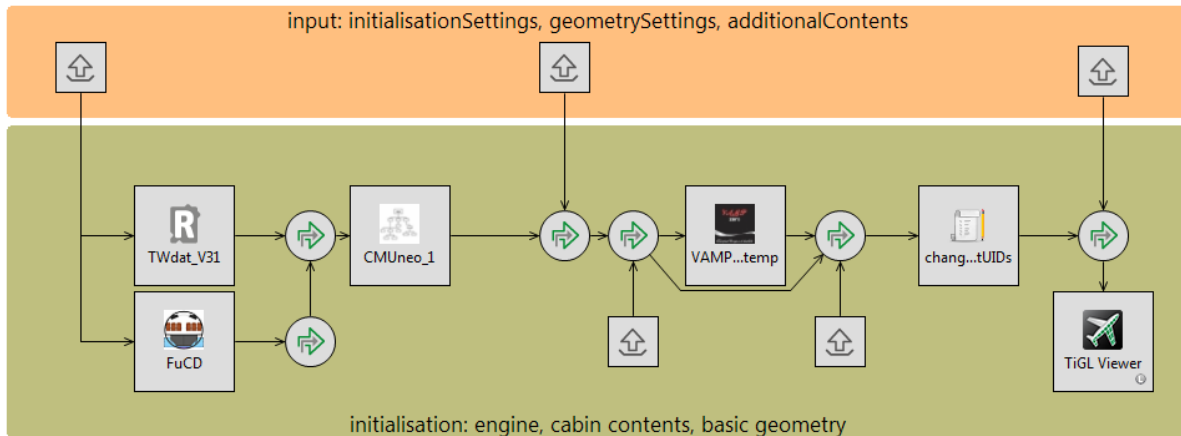


Abbildung 3.2: Workflow zum Erhalten einer ersten Flugzeuggeometrie inkl. Massenabschätzung

## 3.2 RCE

Auch für die Automatisierung des Strukturentwurfs werden Computerprogramme verwendet, um die Arbeit zu erleichtern. Im Projekt FrEACs des DLR wird hierfür das Programm RCE (Remote Component Environment) benutzt. Dieses Programm stellt einen Integrationsrahmen zur Verfügung, in dem es ermöglicht wird, Programme hintereinander zu schalten, um zu einen gewünschten Prozess abzubilden. Ein weiterer Vorteil von RCE ist es, dass es verteiltes Rechnen ermöglicht, was zum Einen einen Zeitvorteil bringen kann und zum Anderen die Verantwortlichkeit für die verschiedenen Programme klar regelt [vgl. Nag+12, S. 3/4]. Durch verschiedene Übersetzer wird die Verwendung des CPACS in RCE ermöglicht, was es zusätzlich erleichtert, automatisierte Prozessketten aufzubauen, da Informationen zum Entwurf und für das Werkzeug ganz einfach herausgelesen, bearbeitet und zurückgeschrieben werden können.

Um die Arbeitsweise von RCE etwas verständlicher zu machen, werden nachfolgend einige häufig verwendete Werkzeuge anhand eines „Workflows“ vorgestellt, der mit Hilfe der TLARs und einiger weiterer Informationen ein erstes Modell eines Flugzeugs erstellt (Abbildung 3.2). Die TLARs werden durch die Input-Provider im orangenen Rahmen bereitgestellt. Das Werkzeug „FuCD“ generiert daraus eine Rumpfgeometrie, ausgehend von der Forderung nach Passagieren und Komfort-Klassen, sowie der zusätzlich mitzunehmenden Frachtmasse. Außerdem stellt es ausgehend von Passagieren und Entwurfsreichweite die operationelle und systemtechnische Ausrüstung des Flugzeugs zusammen.

Das Werkzeug „TWdat“ liefert die Daten eines vorausgewählten Triebwerks und schreibt sie in die CPACS-Datei. Die grün umrandeten Pfeile sind „Merger“, welche die Ergebnisse von zwei Input-Dateien zusammenziehen und in einer Datei zusammenfassen. „CMUneo“ ist ein Werkzeug, welches die bisher verfügbaren Massen zusammenaddiert und unter bestimmten Punkten zusammenfasst, was dazu führt, dass eine erste Betriebsleermasse ausgegeben werden kann. Das Tool „VAMPzero“ erstellt anschließend die restlichen Geometrien wie Flügel und Leitwerk und bezieht sich dabei auf die angegebenen TLARs. Außerdem werden Strukturmassen beruhend auf empirischen Formeln berechnet, um später erste Lastannahmen für die FE-Dimensionierung erhalten zu können. Das anschließende Skript modifiziert bestimmte Pfade, damit sie in nachfolgenden Werkzeugen verwendet werden können. Der „TIGL-Viewer“ ist in der Lage, die geometrischen Daten aus dem CPACS auszulesen und in einem anschaulichen Geometriemodell darzustellen. Diese Prozesskette kann nun beliebig erweitert werden, um den kompletten Flugzeugstrukturentwurf abzubilden. Zusätzlich kann ein gewonnenes Ergebnis zurückgeführt werden, um erneut damit zu rechnen, wodurch es einfach ist, eine Iterationsschleife aufzubauen.

Ebenfalls in RCE implementiert ist eine Unsicherheitskomponente, die an dieser Stelle beschrieben wird, da sie im Verlauf der Arbeit mehrfach zur Anwendung kommt. In der sogenannten uncertainty-Komponente können Parameter der CPACS-Datei ausgewählt werden, die im Laufe der Rechnung variiert werden sollen. Der Eingangswert fungiert hierbei als Mittelwert und ihm kann eine Standardabweichung zugewiesen werden, entweder in Form von absoluten Zahlen oder in Form des Variationskoeffizienten. Zusätzlich kann in den Einstellungen die den Parametern zu Grunde liegende Verteilungsfunktion (Normalverteilung, Rechteckverteilung, usw.) ausgewählt werden.

Zusätzlich muss noch eingestellt werden, wie die Komponente die Eingangswerte variiert. Zum Einen kann definiert werden, dass die Komponente zufällig Werte gemäß der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ausgeben soll. Hierbei wird der 95,4 %-ige Vertrauensbereich verwendet; es können demnach Werte im Intervall  $\mu \pm 2\sigma$  ausgegeben werden. Eine andere Möglichkeit ist es, den Parameter nur innerhalb des einfachen Vertrauensbereiches  $\mu \pm \sigma$  zu variieren, wobei der Parameterraum unabhängig von der Wahrscheinlichkeitsdichte in immer gleichen Abständen verändert wird. Abschließend kann eingestellt werden, ob die Parameter alle gleichzeitig oder nacheinander variiert werden sollen.

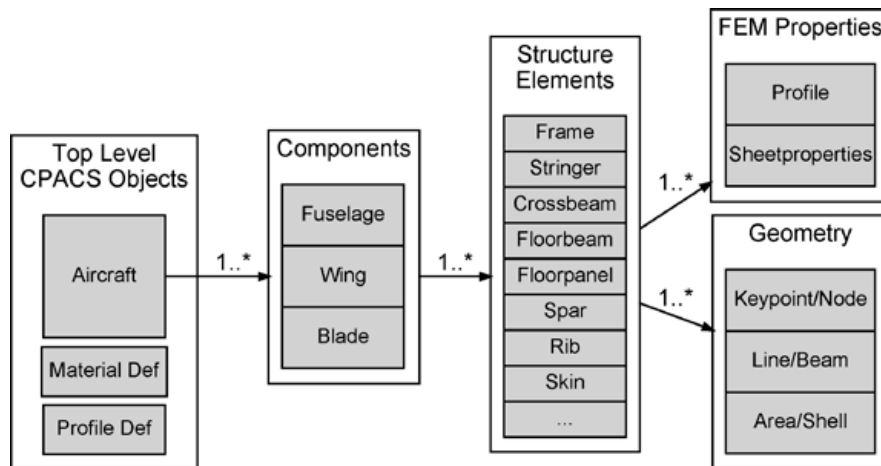


Abbildung 3.3: Objektstruktur von DELiS [Fre+14, S. 3]

### 3.3 ANSYS, DELiS und SBOT

Für die FE-Analyse wird das Programm ANSYS (ANalysis SYStem) verwendet. Hierdurch wird die Bearbeitung von komplexen Konstruktionsproblemen wie dem Struktur-entwurf ermöglicht, bzw. vereinfacht. ANSYS selbst kann allerdings keine Optimierung vornehmen, da es lediglich die auftretenden Spannungen in den Bauteilen berechnet. Für die automatisierte Optimierung kommen zusätzlich die Programme DELiS (Design Environment for thin-walled Lightweight Structures) und SBOT (Sizing RoBOT) zur Anwendung.

DELiS wird hierbei verwendet, um parametrisierte Modelle von Leichtbaustrukturen zu generieren [vgl. Fre+14, S. 3]. Das Programm basiert auf der Programmiersprache „Python“ und konzentriert sich darauf, ein abstraktes, objektorientiertes Flugzeugmodell zu erstellen, welches alle relevanten CPACS-Informationen, sowie alle notwendigen Daten für die FE-Berechnung besitzt. Das Vorgehen ist in Abbildung 3.3 übersichtlich zusammengefasst. Zuerst werden Primärobjekte, Komponenten und Strukturen erstellt, die später mit zusätzlichen Informationen bestückt werden, welche die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Strukturelementen umfassen.

SBOT übernimmt danach die Dimensionierung der Bauteildicken. Das Vorgehen hierbei ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Das durch DELiS erstellte, parametrisierte Modell wird eingelesen und es wird ein FE-Modell daraus erzeugt. Anschließend werden die Lastfälle und Optimierungsparameter erfasst und die Lasten der verschiedenen Fälle werden

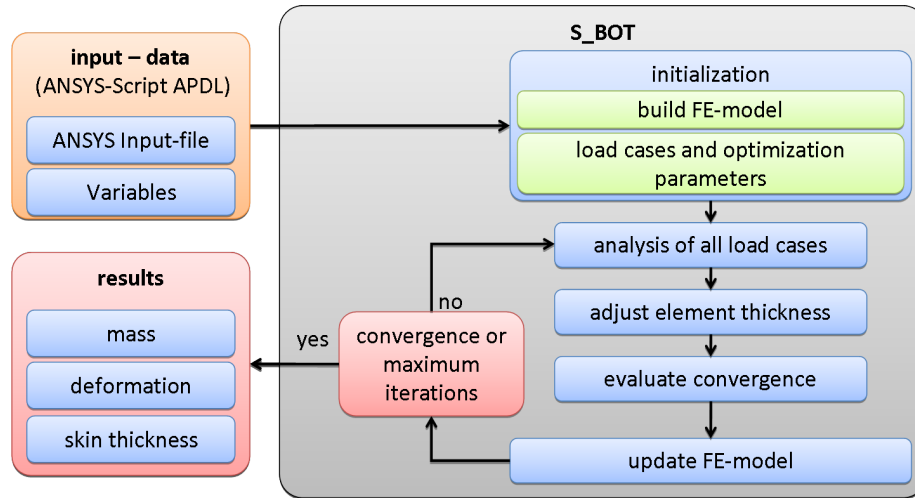


Abbildung 3.4: Vorgehen und Datenwege von SBOT [Nat10, S. 27]

nacheinander auf die entsprechenden Knoten des Modells aufgebracht. Durch das FE-Modell können dabei die internen Bauteillasten bestimmt werden. Zusätzlich wird für jedes Bauteil die zulässige Vergleichsspannung  $\sigma_{eq,zul}$ , sowie die kritische Druckbeulspannung  $\sigma_{cr}$  und Schubbeulspannung  $\tau_{cr}$  der Haut (nach den Gl. 3.1 und 3.2 [LTH13, HSB45111-04, Gl. 3-1; HSB45112-01, Gl. 3-1]) berechnet, wobei  $k^*$  ein Beulfaktor,  $E$  der Elastizitätsmodul des Materials,  $t$  die Bauteildicke und  $b$  die Bauteilbreite ist.

$$\sigma_{cr} = k^* \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3.1)$$

$$\tau_{cr} = k^* \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3.2)$$

Durch den Vergleich der tatsächlich auftretenden Spannungen mit diesen Grenzwerten kann anschließend über die Gl. 3.3 und 3.4 [Nat10, S. 36/37, Gl. 4.1/4.4] ein Ausnutzungsfaktor der Festigkeit  $R_{eq}$  bzw. der Stabilität  $R_{stab}$  für jedes Bauteil bestimmt werden.

$$R_{eq} = \frac{\sigma_{eq,zul}}{1,5\sigma_{eq}} \quad (3.3)$$

$$R_{stab} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 \quad (3.4)$$

Aufgrund dieses Faktors wird die Bauteildicke  $t$  über die Gl. 3.5 bzw. 3.6 angepasst ( $\alpha$  ist ein Dämpfungsfaktor zur Vermeidung von Oszillation der Optimierung), sowie



anschließend auf Konvergenz mit der vorherigen Iteration überprüft und das FE-Modell wird aktualisiert. Dieses Vorgehen wird solange wiederholt, bis eine Massen- bzw. Dimensionskonvergenz oder die maximale Anzahl an Iterationen erreicht ist [vgl. Nat10, S. 27/28].

$$t_{neu} = R_{eq}^{\alpha} \cdot t_{alt} \quad (3.5)$$

$$t_{neu} = R_{stab}^{\alpha} \cdot t_{alt} \quad (3.6)$$

## 3.4 Verwendetes Strukturmodell

An dieser Stelle wird das FE-Modell vorgestellt, welches der Analyse mit DELiS und SBOT zu Grunde liegt. Dies dient als Übersicht darüber, welche Ziele mit dem verwendeten Modell erreicht werden sollen und welche Vereinfachungen dabei getroffen wurden.

Eines der Hauptziele des Modells ist es, das Primärstrukturverhalten eines Flugzeugs unter Last zu analysieren. Es ist somit wichtig den Steifigkeitsverlauf über der Geometrie zu beschreiben. In einer Rechnung werden äußere Lasten, Steifigkeiten und Geometrien in innere Lasten und Deformationen umgewandelt. Als Primärstruktur werden im Laufe dieser Arbeit explizit Stringer, Spante, Häute, Rippen, Holme, Crossbeams, Crossbeamstruts, Bulkheads und die Flügel-Rumpf-Verbindung betrachtet.

Das Modell stellt demnach in erster Linie Geometrien zur Verfügung, mit denen die Struktur des Flugzeugs dargestellt wird. Geometrien und Bauteile, die keinen unmittelbaren Einfluss auf das Strukturverhalten haben (z. B. Fahrwerk, Triebwerk oder Kabinenelemente), werden folglich nicht dargestellt und nur über ihre Inertiallasten berücksichtigt. Auch Türen und Fenster sind nicht im Modell integriert. Diese haben einen Einfluss auf die Primärstrukturmasse des Rumpfes, da durch die Ausschnitte in der Rumpfstruktur Spannungserhöhungen an diesen Stellen entstehen und sich somit die erforderlichen Hautdicken erhöhen. Auf die Modellierung wurde dennoch verzichtet, da das Modell in dieser Phase des Flugzeugentwurfs noch möglichst einfach gehalten werden soll. Darüber hinaus sind auch diverse Sekundärstrukturen, wie z. B. Ruder, Klappen oder Spoiler, nicht modelliert. Sie sind für die Dimensionierung im Strukturmodell nicht erforderlich, da sie lediglich über Lasten einen Einfluss ausüben. Unter anderem da diese Massen auch im CPACS nicht als Teilmassen hinterlegt sind und somit nach jeder Iteration wieder hinzugerechnet werden müssten, wird im Verlauf dieser Arbeit nicht iterativ gerechnet.

Bei den modellierten Bauteilen werden Häute bzw. flächige Strukturen im Allgemeinen als Schalenelemente und Versteifungen in der Regel als Balkenelemente abgebildet. Eine Vereinfachung resultiert hierbei aus der Forderung nach Verarbeitbarkeit durch das Dimensionierungsprogramm SBOT (vgl. Kapitel 3.3) resultiert. Es ist zur Zeit nicht möglich in SBOT Versteifungen durch Balkenelemente als solche zu erfassen. Somit wird entweder ein Schalenelement oder ein Element mit homogenisierten Eigenschaften aus Balken und Schale verwendet, welches es erlaubt, Stringer als Versteifungen zu berücksichtigen und zu dimensionieren (vgl. [Szi04]). Andere Versteifungselemente (wie z. B. Spante) werden nicht mitdimensioniert und bleiben konstant.

Auf der Geometrie kann anschließend das FE-Netz generiert werden, wobei Optimierungsregionen festgelegt werden können. Diese sind über die Rumpflänge bzw. die Spannweite variabel gestaltet und können vom Nutzer eingestellt werden. Somit kann unter anderem die Rechenzeit verändert werden, da die Anzahl an Punkten, an denen das Modell ausgewertet werden muss, beeinflusst wird. Das FE-Netz benötigt eine Lagerung, welche in diesem Fall in die Flugzeugnase gelegt wurde. Da das Modell nur an einer Stelle gelagert ist, ist es wichtig, balancierte Lastensets zu generieren um keine Reaktionslasten zu erzeugen. Die Lasten werden daraufhin in Form von RBE3-Elementen in gleichmäßigen Abständen auf einzelne Knoten des FE-Netzes aufgebracht. Die RBE3 Elemente verteilen dann die Lasten auf das nächstgelegene Strukturelement. Je nach Lage des Struktur- und des RBE3-Elements kann es dadurch vorkommen, dass z. B. eine Rippe zwei Lastenpunkte aufnimmt und eine andere stattdessen gar keine (vgl. Abbildung 3.5). Durch Kombination des FE-Modells mit dem Optimierer SBOT (vgl. Kapitel 3.3) ist es somit möglich, Festigkeitsprobleme zu untersuchen. Auch Stabilitätsprobleme können in begrenztem Umfang analysiert werden; es wird Hautfeldbeulen, jedoch kein globales Beulen untersucht. Rissausbreitungs- und Ermüdungserscheinungen sind in diesem Modell von der Untersuchung ausgeschlossen. Eine Darstellung des Modells mit berechneter Dickenverteilung findet sich in Abbildung 3.6.

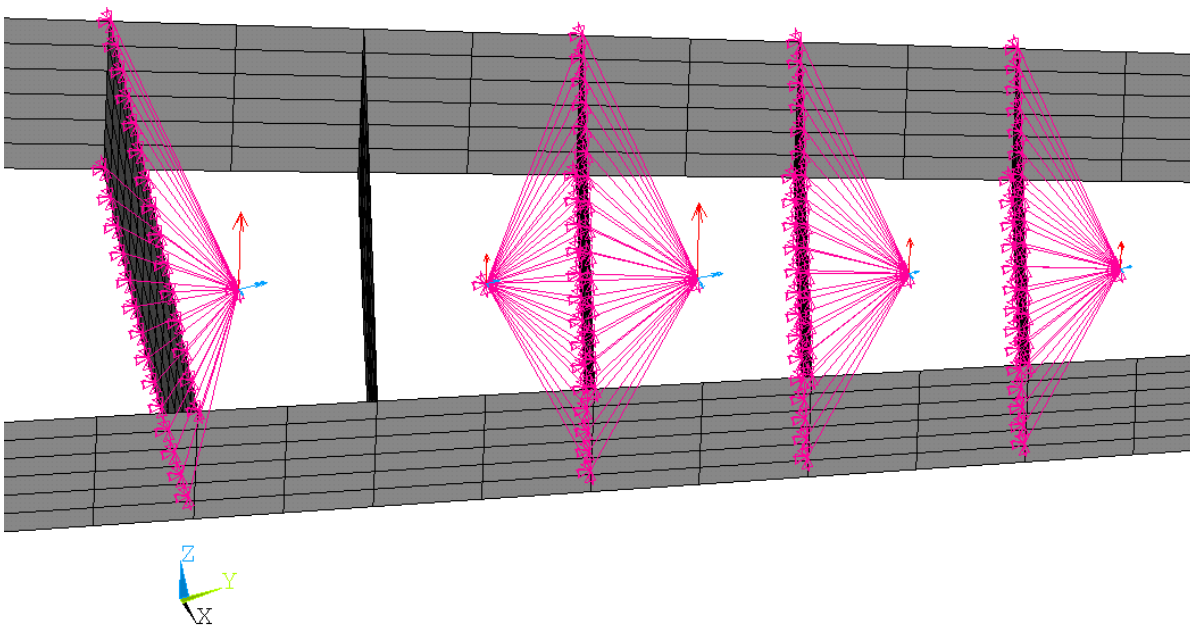


Abbildung 3.5: Aufteilung der Lasten durch das RBE3 Element auf die Strukturelemente

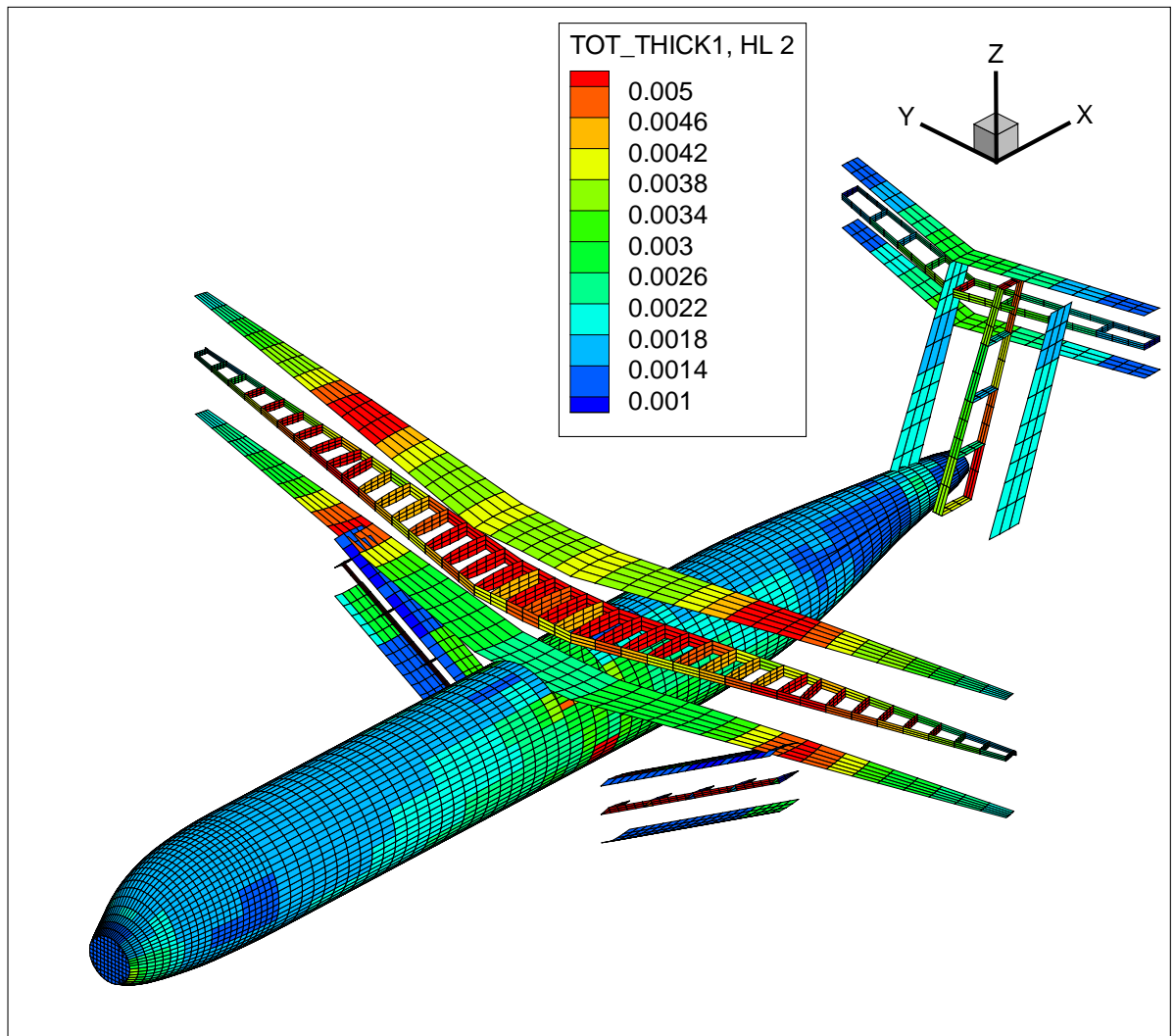


Abbildung 3.6: Verwendetes FE-Modell mit Auswertung zur Hautdickenverteilung

## 4 Beispiel eines mechanischen Unsicherheitsproblems

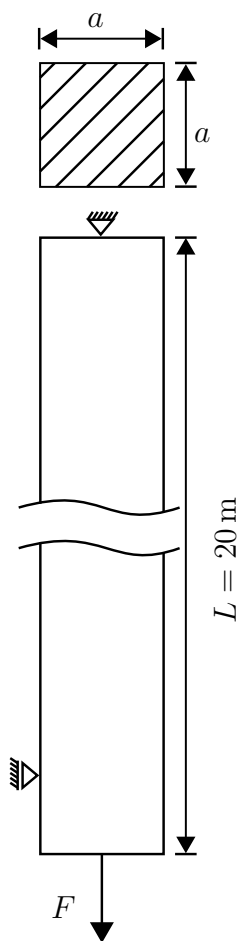


Abbildung 4.1: Ersatzmodell des Beispiels

Zur Verdeutlichung, welches Ziel diese Arbeit anstrebt, soll nachfolgend ein einfaches Beispiel für eine Problemstellung mit Unsicherheiten und deren Auswirkungen auf das Gesamtergebnis betrachtet werden. Das Beispiel dient außerdem zum abschließenden Klären der Aufgabenstellung, sowie zur Einarbeitung in die Anwendung der in Kapitel 2.4 dargestellten statistischen Methoden.

### 4.1 Problembeschreibung

Abbildung 4.1 verdeutlicht den Modellaufbau mit einem 20 m langen, durch die Kraft  $F$  auf Zug belasteten Stab, der an der Oberseite fest- und seitlich losgelagert ist. Es sollen nun die Masse und Abmessungen des Stabs berechnet werden, wobei das Ziel ist, die Seitenlänge  $a$  so zu dimensionieren, dass der Stab unter der definierten Last mit Berücksichtigung des Eigengewichts die Festigkeitsgrenze gerade so nicht überschreitet. Zur Vereinfachung wird die Problemstellung rein analytisch gelöst und es wird davon ausgegangen, dass die Lagerung keinen Einfluss auf die Querkontraktion des Stabs hat. Außerdem gilt derjenige Querschnitt als dimensionierend für den gesamten Stab, in dem die größte Spannung herrscht. In diesem Fall ist dies der Querschnitt ganz oben, da nur dort das Eigengewicht des Stabs voll angreift.

Gl. 4.1 zeigt die Formel zur Berechnung der im Stab vorhandenen Spannung  $\sigma_Z$ . Diese muss hierbei kleiner sein, als die vom Material erlaubte Spannung  $\sigma_{zul}$ , welche in diesem Fall mit der Zugfestigkeit  $R_m$  gleichgesetzt werden kann. Die Formel kann umgestellt werden, um die benötigte Dimension  $a$  zu berechnen.

$$\sigma_Z = \frac{F}{A} \leq R_m, \text{ hier mit } A = a^2 \quad (4.1)$$

$$a^2 = \frac{F}{R_m} \quad (4.2)$$

Die Masse des Stabs berechnet sich aus dem Volumen  $V$  multipliziert mit der Dichte  $\rho$ .

$$m_{Stab} = V \cdot \rho = a^2 \cdot L \cdot \rho \quad (4.3)$$

Wird Gl. 4.2 in Gl. 4.3 eingesetzt, ergibt sich die Formel zur Berechnung der Masse des Stabs unter Last. Die Seitenlänge  $a$  nimmt hierbei nur indirekten Einfluss - die Masse ist in erster Linie abhängig von der darauf wirkenden Last.

$$m_{Stab} = \frac{F}{R_m} \cdot L \cdot \rho \quad (4.4)$$

Nach LTH [LTH13, Kap. HSB4200-01, S. 2] muss auch eine technische Konstante als unsicher betrachtet werden, da Fehler der beobachteten Werte, sowie Messinstrumenten- und Ablesefehler auftreten können. Somit gibt es allein für dieses einfache Beispiel vier Zufallsvariablen oder unsichere Parameter - die Kraft  $F$ , die Zugfestigkeit  $R_m$ , die Länge des Stabs  $L$  und die Dichte des Materials  $\rho$ .

Das iterative Problem des Flugzeugentwurfs wird durch die Berücksichtigung des Eigengewichts des Stabes in das Beispiel integriert. Die Kraft ist somit abhängig vom Stabgewicht, welches wiederum abhängig ist von dem Querschnitt, der nötig ist, um die Kraft zu übertragen. Zusammen mit einer zusätzlichen Zugkraft von 200 N und mit Hilfe der Erdbeschleunigung  $g$  lässt sich die Kraft wie folgt ausdrücken:

$$F = 200 \text{ N} + m_{Stab} \cdot g \quad (4.5)$$

Da in Gl. 4.5 eine Startmasse erforderlich ist, wird diese festgelegt und nachfolgend mit  $m_{Stab,start} = 30 \text{ kg}$  angenommen. Diese bestimmt nachfolgend die Unsicherheit der Kraft.

## 4.2 Sensitivitätsanalyse

Jeder freie Parameter eines Modells erhöht die Dimensionalität und Komplexität desselben. Dies führt dazu, dass viel Rechenkapazität benötigt wird, um das Modell an  $n$  Orten im Designraum auszuwerten. Die Dimension geht dabei exponentiell in die Anzahl nötiger Auswertungen ein. Für ein  $k$ -dimensionales Modell, welches an  $n$  Orten ausgewertet werden soll, werden demnach schon  $n^k$  Rechnungen benötigt [vgl. For08, S. 4]. Da in der Regel nur eine gewisse Rechenkapazität für eine Analyse zur Verfügung steht, ist es somit notwendig, die unsicheren Parameter einzugrenzen und somit die Dimensionalität des Modells zu begrenzen. Eine Möglichkeit zur Eingrenzung von unsicheren Parametern ist eine Sensitivitätsanalyse. Hierbei wird untersucht, wie empfindlich das Ergebnis auf eine Variation der Eingangsgröße reagiert. Die DIN1319-1 [DIN1319-1] beschreibt die Empfindlichkeit als die „Änderung des Wertes der Ausgangsgröße eines Messgerätes bezogen auf die sie verursachende Änderung des Wertes der Eingangsgröße“.

Es gibt verschiedene Art und Weisen die Sensitivität eines Systems zu beurteilen und alle haben ihre Vor- und Nachteile. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Sensitivitätsindex (nach de Roo [Roo93]) sowie ein Vergleich von Standardabweichung und Variationskoeffizient zwischen Eingangsparameter und Ergebniswert (nach Kirkby [Kir93]) für eine Aussage über die Sensitivität verwendet. Beide Varianten sind hierbei lokale Sensitivitätsanalysen. Diese haben den Vorteil gegenüber globalen Analysen, dass sie einfach zu implementieren sind, weniger Stützstellen und somit Rechnungen benötigen und das Ergebnis nur von der Änderung eines Eingangsparameters abhängt. Nachteilig ist allerdings, dass eine Interaktion zwischen den Parametern nicht berücksichtigt werden kann und die Sensitivität an lediglich einem Punkt im Design-Raum analysiert wird [SBH10; Loe09]. Da globale Sensitivitätsanalysen hohe Rechenzeiten aufweisen, wird in dieser Arbeit auf eine globale Analyse der Sensitivitäten verzichtet.

### Sensitivitätsindex

Für den Sensitivitätsindex nach DeRoo wird der Eingangsparameter einmal um  $+10\%$  und einmal um  $-10\%$  um einen festgelegten Neutralpunkt variiert. Alle anderen Parameter werden für den Moment konstant gesetzt. Die so entstehenden Ergebniswerte ( $P10$  bei  $+10\%$ ,  $M10$  bei  $-10\%$  und *Baseline* im Neutralpunkt) werden über Gl. 4.6 in Verbindung gesetzt [Roo93, Gl. 6.1, S. 111] und als Sensitivitätsindex  $S_{DR}$  ausgegeben. Letztendlich werden folglich nur die Intervalle verglichen, in denen sich Eingangs- und Ausgangswerte bewegen.

$$S_{DR} = \left| \frac{P10 - M10}{Baseline} \right| \quad (4.6)$$

Tabelle 4.1: Sensitivität des Zugstabes nach de Roo

variierter Parameter		Sensitivität $S_{a,DR}$ der Seitenlänge $a$	Sensitivität $S_{m,DR}$ der Masse $m$
Startmasse $m_{Stab,Start}$ Baseline: 30 kg	Iteration 1	5,96 %	11,91 %
	Iteration 2	0,02 %	0,04 %
	Iteration 3	0,00 %	0,00 %
Dichte $\rho$ Baseline: 2800 kg/m <sup>3</sup>	Iteration 1	0,00 %	20,00 %
	Iteration 2	0,03 %	20,06 %
	Iteration 3	0,01 %	20,02 %
Zugfestigkeit $R_m$ Baseline: 455 · 10 <sup>6</sup> N/m <sup>2</sup>	Iteration 1	10,06 %	20,20 %
	Iteration 2	10,09 %	20,26 %
	Iteration 3	10,08 %	20,23 %
Länge $L$ Baseline: 20 m	Iteration 1	0,00 %	20,00 %
	Iteration 2	0,03 %	20,06 %
	Iteration 3	0,01 %	20,02 %

Für das Beispiel des Zugstabes sind die Ergebnisse der Analyse nach de Roo [Roo93] in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Für die Berechnung wurde jeweils nach der dritten Iteration das Konvergenzkriterium „Änderung der Masse um weniger als 0,001 kg“ erreicht. Die Auswertung wird anhand der Masse vorgenommen, da dies auch der Parameter ist, der später im Strukturentwurf interessant ist.

Wie an den Ergebnissen gut zu erkennen ist, gehen die Parameter *Dichte*, *Länge* und *Zugfestigkeit* jeweils proportional in das Massenergebnis ein, unabhängig davon, welche Iterationsstufe betrachtet wird. Die 20 % lassen sich so interpretieren, dass eine Änderung des Eingangsparameters um 10 % auch eine Änderung des Ergebnisses um 10 % nach sich zieht. Dies ist nachvollziehbar, da nach Gl. 4.4 alle Parameter linear in die Berechnung der Masse eingehen. Die *Startmasse* verliert über die Iterationen an Sensitivität, da die neue Kraft sich aus der vorher berechneten Masse ergibt und das Massenergebnis mit jeder Iteration an Genauigkeit gewinnt. Wie aber bereits in Kapitel 3.4 erklärt ist und in Kapitel 5.3.1 noch gezeigt wird, werden in dieser Arbeit jeweils nur die ersten Iterationsschritte betrachtet.

Wenn an dieser Stelle der Schwellwert, ab welchem Prozentwert ein Parameter als sensitiv betrachtet wird, auf 10 % festgelegt wird, müssen alle vier unsicheren Parameter



Tabelle 4.2: Sensitivität des Zugstabes nach de Roo mit geänderten Variationswerten

variiertes Parameter		Sensitivität $S_{a,DR}$ der Seitenlänge $a$	Sensitivität $S_{m,DR}$ der Masse $m$
Startmasse $m_{Stab,Start}$ Baseline: 2,0 kg	Iteration 1	0,89 %	1,79 %
	Iteration 2	0,00 %	0,00 %
	Iteration 3	0,00 %	0,00 %
Dichte $\rho$ Baseline: 2800 kg/m <sup>3</sup>	Iteration 1	0,00 %	4,00 %
	Iteration 2	0,00 %	4,01 %
	Iteration 3	0,00 %	4,00 %
Zugfestigkeit $R_m$ Baseline: 455 · 10 <sup>6</sup> N/m <sup>2</sup>	Iteration 1	5,01 %	10,03 %
	Iteration 2	5,01 %	10,04 %
	Iteration 3	5,01 %	10,04 %
Länge $L$ Baseline: 20,0 m	Iteration 1	0,00 %	2,00 %
	Iteration 2	0,00 %	2,00 %
	Iteration 3	0,00 %	2,00 %

weiterhin beachtet werden. Die Variation des Parameters um  $\pm 10\%$  nimmt bei dieser Art der Sensitivitätsanalyse allerdings keine Rücksicht darauf, ob eine Variation in dieser Größenordnung überhaupt realistisch ist, was durchaus Einfluss auf das Ergebnis hat. Eine kleinere oder größere Variation des Eingangsparameters hat auch eine kleinere bzw. größere Sensitivität auf diesen Parameter zur Folge. Dies wird deutlich, wenn die Ergebnisse in Tabelle 4.2 betrachtet werden. Hier wurden die Variationswerte so gewählt, dass sie näher an der Realität liegen. Es ist z. B. unrealistisch, dass die Länge des Stabes um  $\pm 2$  m variiert. Daher wurden die Variationswerte hier auf  $\pm 1\%$  für die Länge,  $\pm 2\%$  für die Dichte und  $\pm 5\%$  für die Zugfestigkeit gesetzt. Zusätzlich wurde hier eine andere Startmasse gewählt, um zu prüfen, ob die Ergebnisse startwertabhängig sind, wobei der Koeffizient von  $\pm 10\%$  beibehalten wurde, um die Ergebnisse mit der vorherigen Rechnung vergleichen zu können.

Wie zu sehen ist, hat sich die Sensitivität auf die Variation der Startmasse reduziert. Das war zu erwarten, da die hier verwendete Startmasse deutlich näher an der konvergierten Stabmasse von ungefähr 0,024 kg liegt, als es die vorher genutzten 30 kg taten. Die Ergebnisse sind somit startwertabhängig. Da die empirischen Formeln zur Berechnung einer ersten Startmasse für den Strukturentwurf für den konventionellen Entwurf schon relativ genau sind, wird nachfolgend die Startmasse auf 2 kg geändert. Weiterhin wird

aus den Ergebnissen deutlich, dass die von de Roo [Roo93] berechnete Sensitivität abhängig ist vom Variationswert des Eingangsparameters. Nichtsdestotrotz lässt sich aus beiden Analysen die selbe Aussage ableiten, nämlich, dass sich das Ergebnis proportional zum Eingangswert verändert (Variation des Eingangswert um 10 %  $\rightarrow$  Variation des Ausgangswert um 10 %).

Um das Ergebnis zu verifizieren bzw. auf verlässlicher Basis Parameter ausschließen zu können, wird daher noch die Sensitivitätsanalyse nach Kirkby [Kir93] durchgeführt.

##### Sensitivität mit Standardabweichung und Variationskoeffizient

Die Sensitivitätsanalyse mit Hilfe von Standardabweichung und Variationskoeffizient ist ähnlich aufgebaut, jedoch werden am Ende zwei Werte berechnet, anhand derer die Sensitivität beurteilt werden kann. Sie wird von Kirkby [Kir93, S. 137] vorgeschlagen, da die Analyse mit Hilfe von festgesetzten Variationswerten, wie oben bereits erwähnt, unrealistisch sein kann. Er empfiehlt, die Variationswerte anhand der Standardabweichung um den Mittelwert festzulegen, um so evtl. andere Aussagen über die Sensitivität zu erhalten. Außerdem weist er darauf hin, dass eine Sensitivität auch daher rühren kann, dass für bestimmte Parameter die Abweichungen und der Mittelwert schwer zu bestimmen sind. Kirkby [Kir93] gibt an dieser Stelle kein konkretes Nutzungsbeispiel und stellt auch keine Formeln zur Verfügung, dennoch wird der Ansatz hier weiter verfolgt und mit Hilfe eigener Ansichten durchgeführt.

Für diese Analyse wird zunächst eine geschätzte Standardabweichung des Eingangsparameters benötigt. Innerhalb des Intervalls, in dem sich der Eingangsparameter nun befinden kann, wird er willkürlich und beliebig oft variiert. Für jede Variation wird jeweils eine Rechnung durchgeführt. Ziel ist es, genügend Ergebnisse für den Ausgangswert zu erzeugen, um so auch für diesen eine Standardabweichung und einen Mittelwert berechnen zu können. Um eine Aussage über die Sensitivität machen zu können wird der Variationskoeffizient des Eingangsparameters mit dem des Ausgangsparameters verglichen. Im Grunde werden demnach wieder nur die Intervalle verglichen, die auch bei der Methode nach de Roo [Roo93] verglichen wurden. Hinzu kommt aber, dass absolute Werte für die Standardabweichung des Ergebniswertes berechnet werden, was in die Beurteilung, ob ein Eingangsparameter als sensitiv angesehen werden sollte, mit eingehen kann.

Anhand des Beispiels wird die Methode deutlich. Es wird der Einfachheit halber davon ausgegangen, dass alle Parameter normal verteilt sind. Es gilt nun, für die Eingangsparameter die Verteilungskennzahlen abzuschätzen. Dabei wird das Material mit einem im Flugzeugbau üblichen Aluminium, dem „Al2024-T3“ angenommen. Dieses besitzt eine

Zugfestigkeit  $R_m$  nach A-Wert (vgl. Kapitel 2.4) zwischen  $435 \text{ N/mm}^2$  und  $450 \text{ N/mm}^2$  (je nach Dicke und Belastungsrichtung) und eine Dichte von  $\rho = 2800 \text{ kg/m}^3$  [LTH13, Kap. HSB12512-01, S. 1]. Über eine Rückrechnung des A-Wertes kann ein Mittelwert und eine Standardabweichung ermittelt werden (siehe dazu Kapitel 5.3). Die Abweichung für Dichte und Startmasse wird nach persönlichem Ermessen abgeschätzt. Für die Länge wird eine Fertigungstoleranz von  $\pm 1 \text{ mm}$  als Standardabweichung angenommen. Für die Eingangsparameter werden folgende Mittelwerte und Standardabweichungen verwendet:

$$m_{\text{Stab,start}} = 2 \text{ kg} \pm 0,5 \text{ kg} \rightarrow v_{m,\text{start}} = 25 \% \quad (4.7)$$

$$\rho = 2800 \text{ kg/m}^3 \pm 30 \text{ kg/m}^3 \rightarrow v_\rho = 1,07 \% \quad (4.8)$$

$$R_m = 490 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \pm 20 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \rightarrow v_{Rm} = 4,08 \% \quad (4.9)$$

$$L = 20 \text{ m} \pm 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow v_L = 5,4 \cdot 10^{-3} \% \quad (4.10)$$

Jeder dieser Werte wird nun einzeln variiert, während die anderen Parameter konstant bleiben. Für das Beispiel wurde jeder Parameter 15 mal innerhalb seines möglichen Intervalls, welches mit  $\pm 2\sigma$  festgelegt ist (siehe Kapitel 3.2), variiert. Es stehen demnach 60 Ergebniswerte für die Masse zur Verfügung. Es werden nachfolgend nur die Ergebnisse der ersten Iteration betrachtet.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 zu finden. Sie wurden unter Zuhilfenahme des Programms RCE erzeugt. Die in Tabelle 4.3 angegebenen Werte für Mittelwert und Standardabweichung basieren auf den tatsächlich verwendeten Werten von RCE und wurden nach den in Kapitel 2.4 angegebenen Formeln berechnet. Dies hilft zu überprüfen, ob die Eingangsparameter so variiert werden, wie es geplant ist. Die Sensitivitätswerte werden durch das Verhältnis der Variationskoeffizienten gebildet und nach der Formel

$$S_{KB} = \frac{v_{\text{Ausgang}}}{v_{\text{Eingang}}} \quad (4.11)$$

berechnet. Aus der Spalte „Sensitivität“ für die Masse lässt sich feststellen, dass die Erkenntnisse mit denen aus der Analyse nach de Roo [Roo93] übereinstimmen. Auch hier ergibt sich eine proportionale Abhängigkeit zwischen den Werten *Dichte*, *Zugfestigkeit* und *Länge*. Außerdem ist, wie in der vorherigen Analyse auch, die Sensitivität auf die Startmasse verhältnismäßig gering.

Gleichzeitig ist aber durch die realistisch gewählten Standardabweichungen der Eingangsparameter auch die Auswirkung auf das Massenergebnis zu erkennen, welche für eine Änderung der Länge, wie zu erwarten, sehr gering ausfällt. Somit lässt sich sagen, dass das Ergebnis auf eine Längenänderung zwar sehr sensitiv reagiert, die Länge aber aufgrund ihres geringen Variationsintervalls als konstant angenommen werden darf.

Tabelle 4.3: Sensitivität durch Vergleich von Variationskoeffizienten

			Seitenlänge in m	Sensi- tivität	Masse in kg	Sensi- tivität
Startmasse	$\mu$	1,92	$6,68 \cdot 10^{-4}$		$2,50 \cdot 10^{-2}$	
$m_{Stab,Start}$	$\sigma$	0,52	$7,78 \cdot 10^{-6}$	4 %	$5,81 \cdot 10^{-4}$	8,6 %
in kg	$v$	26,982 %	1,165 %		2,323 %	
Dichte	$\mu$	2800,42	$6,69 \cdot 10^{-4}$		$2,51 \cdot 10^{-2}$	
$\rho$	$\sigma$	29,22	0	0 %	$2,62 \cdot 10^{-4}$	100,0 %
in kg/m <sup>3</sup>	$v$	1,043 %	0,000 %		1,044 %	
Zugfestigkeit	$\mu$	$4,91 \cdot 10^8$	$6,69 \cdot 10^{-4}$		$2,51 \cdot 10^{-2}$	
$R_m$	$\sigma$	$2,58 \cdot 10^7$	$1,81 \cdot 10^{-5}$	51 %	$1,37 \cdot 10^{-3}$	103,9 %
in N/m <sup>2</sup>	$v$	5,249 %	2,699 %		5,454 %	
Länge	$\mu$	20,00	$6,69 \cdot 10^{-4}$		$2,51 \cdot 10^{-2}$	
$L$	$\sigma$	0,001	0	0 %	$1,22 \cdot 10^{-6}$	99,8 %
in m	$v$	0,005 %	0,000 %		0,005 %	

#### Vergleich der beiden Analysen

Im Vergleich liefern die Sensitivitätsanalyse nach de Roo [Roo93] und die nach Kirkby [Kir93] ähnliche Ergebnisse. Es kann bei beiden Analysen festgestellt werden, dass der Ausgangswert „Masse“ proportional abhängig von der Änderung der Eingangswerte „Dichte“, „Länge“ und „Zugfestigkeit“ ist. Diese Aussage wird bei der Analyse nach de Roo [Roo93] aber nur deutlich, wenn der Variationswert des Eingangsparameters bekannt ist. Die Analyse nach Kirkby [Kir93] ist hier eindeutiger, da sie eine Referenz zur Variation des Eingangsparameters herstellt. Die beiden Analysen unterscheiden sich darüber hinaus in der nötigen Anzahl an Rechnungen, welche für die Analyse nach Kirkby [Kir93] höher ist.

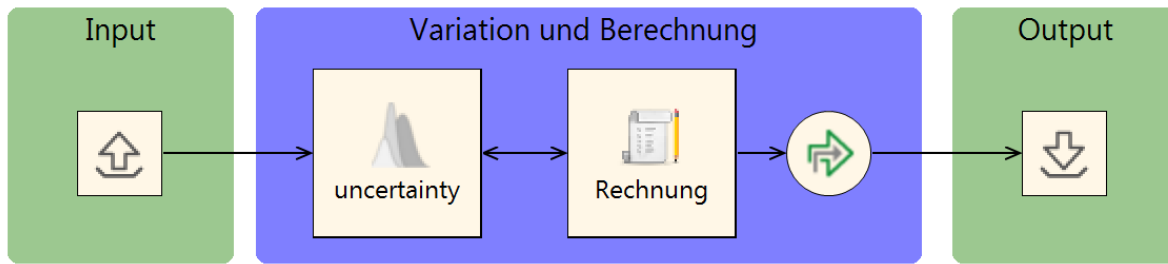


Abbildung 4.2: RCE Workflow zur Berechnung des Beispielproblems

### 4.3 Auswertung

Unter Ausschluss der Stablänge  $L$  als unsicherem Parameter, bleiben für das mechanische Unsicherheitsproblem drei unsichere Komponenten. Eine Abschätzung der Unsicherheiten für diese Parameter ist in den Gleichungen 4.7, 4.8 und 4.9 bereits vorgenommen worden.

Zur Berechnung des Ergebnisses für  $m_{Stab}$  nach Gl. 4.4, wird das Programm RCE zusammen mit der uncertainty-Komponente verwendet. Der gesamte Workflow zur Berechnung des Beispiels ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

Der Workflow stellt zu Anfang eine XML-Datei mit den erforderlichen Daten (z. B. Länge des Stabs, Mittelwert Dichte, usw.) zur Verfügung. Diese Daten werden in der uncertainty-Komponente variiert und den Parametern „Dichte“ und „Zugfestigkeit“ werden zufällige Werte gemäß der gewählten Wahrscheinlichkeitsverteilung zugewiesen. Der abgebildete Merger hat hier die Aufgabe, bestimmte Parameter aus der XML-Datei zu extrahieren, um sie für die Ergebnisauswertung aufzubereiten. Das Rechnungsskript führt die Berechnung der Masse aus und schreibt das Ergebnis anschließend zurück in die XML-Datei. Der Prozess ist nicht-iterativ ausgeführt.

Die uncertainty-Komponente wurde so eingestellt, dass sie die Parameter 49 mal variiert, bevor sie am Ende noch eine Vergleichsrechnung mit den Mittelwerten macht. Dieser Wert wurde willkürlich gewählt. Es kommen folglich 50 Ergebnisse für die Masse heraus, die komplett in Tabelle A.1 im Anhang zu finden sind. Die Ergebniswerte wurden überprüft, ob sie der Hypothese auf eine Normalverteilung standhalten (vgl. Kapitel 2.4). Dies ist der Fall und der entsprechende W-Wert ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Diese zeigt ein Histogramm des Ergebnisses, über welches eine Normalverteilung gelegt wurde, wodurch die Ergebnisse rein optisch verglichen werden können. Zusätzlich sind in diesem Diagramm die einfache und zweifache Standardabweichung eingetragen. Somit

lässt sich einfach ablesen, dass die Masse des Stabes mit 90 %-iger Sicherheit im Intervall zwischen 0,0238 kg und 0,0271 kg liegt, sowie mit 95,4 %-iger Sicherheit im Intervall zwischen 0,0222 kg und 0,0287 kg (vgl. Kapitel 2.4).

Als zusätzliche Auswertung werden noch Rechnungen mit unterschiedlichen Längen durchgeführt. Durch Variation des Parameters „Länge“ wird in gewisser Art und Weise die Szenarienunsicherheit untersucht. Die Länge wird im Bereich zwischen 18 m und 20 m in 0,1 m Schritten verändert. Für jeden dieser 20 Designpunkte werden die unsicheren Eingangsparameter auch 20 mal variiert, wodurch schlussendlich 400 Ergebniswerte zur Verfügung stehen. Für jede Stablänge lässt sich nun die Standardabweichung und der Variationskoeffizient bestimmen. Dadurch lässt sich herausfinden, ob die Unsicherheiten auf eine bestimmte Länge mehr oder weniger Auswirkungen haben. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Abbildung 4.4 in Form eines Diagramms dargestellt. Auf der x-Achse ist die Länge aufgetragen, auf der y-Achse die Stabmasse. Die Linien stellen Regressionsparabeln für den Mittelwert, bzw. die Standardabweichungen bei entsprechender Stablänge dar. So kann ein schneller Überblick über die Konfidenzintervalle an verschiedenen Punkten im Design-Raum erlangt werden und es lässt sich erkennen, dass die Unsicherheiten der Eingangsparameter mit zunehmender Stablänge mehr Einfluss auf die Unsicherheit des Ergebnisses haben.

Werden die aus diesem Beispiel gewonnenen Erkenntnisse auf den Strukturentwurf übertragen, ergibt sich daraus, dass unter Berücksichtigung der Unsicherheiten ein bestimmtes Intervall als relativ sicher für den Ergebniswert angesehen werden kann. Zusätzlich kann bestimmt werden, ob an bestimmten Stellen im Design-Raum die Unsicherheiten einen größeren oder kleineren Einfluss auf das Ergebnis haben.

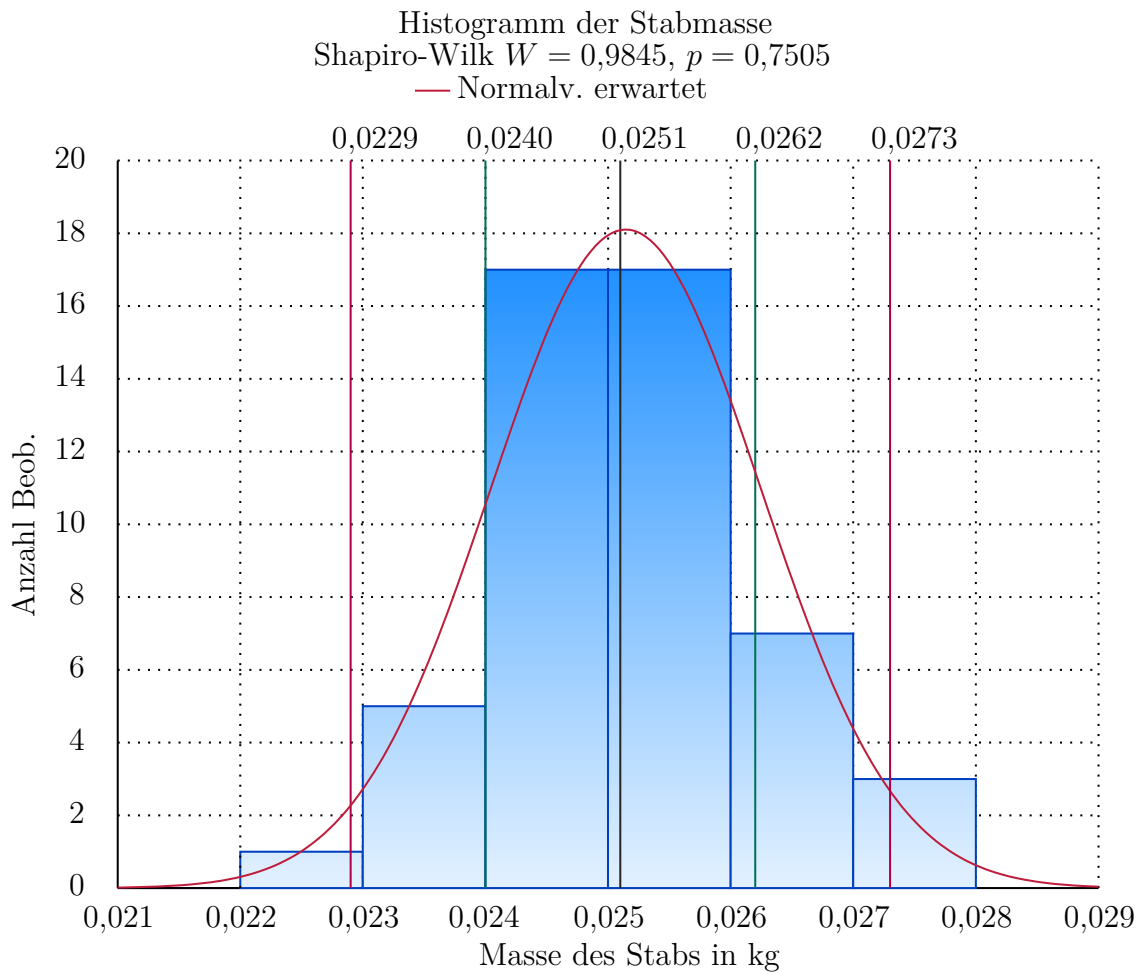


Abbildung 4.3: Histogramm der Stabmasse mit Normalverteilung, sowie einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

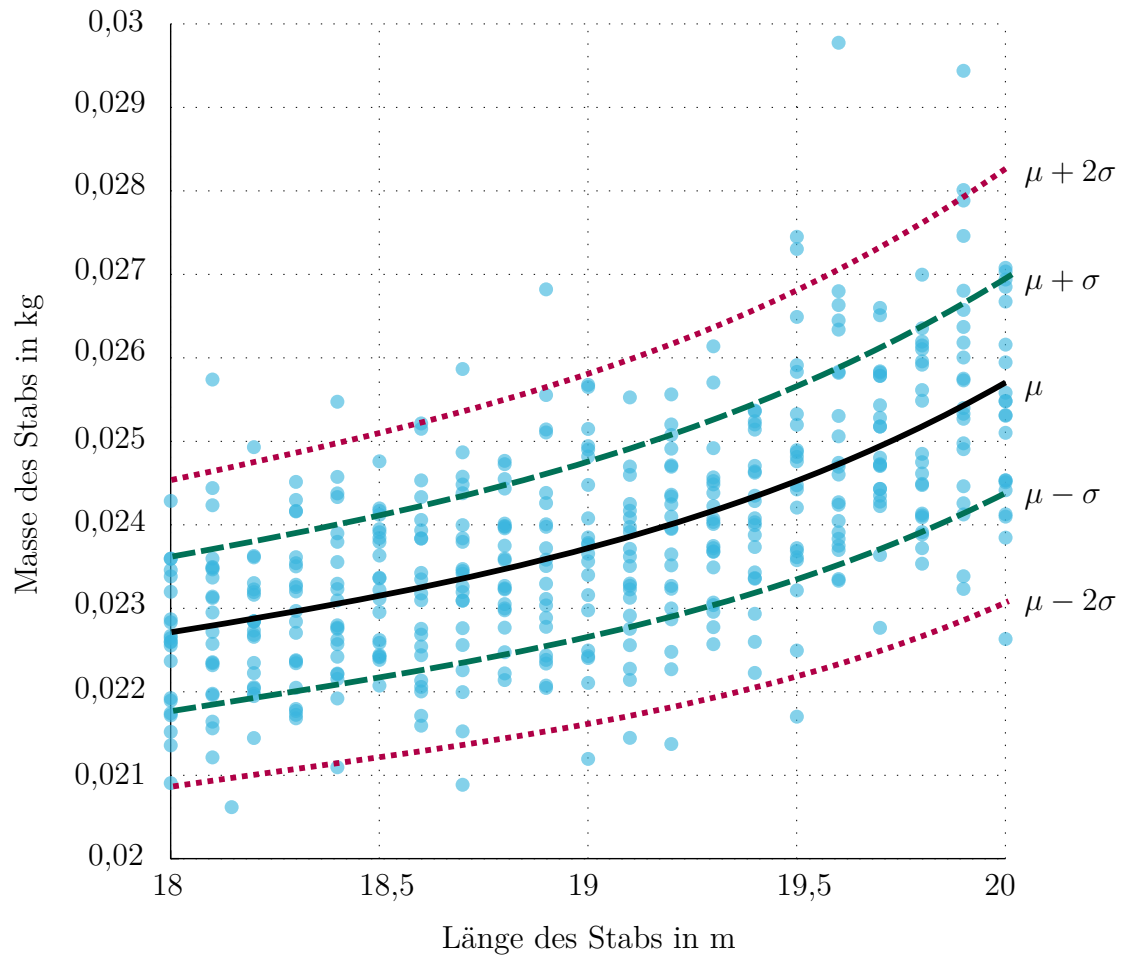


Abbildung 4.4: Darstellung der Konfidenzintervalle der Stabmasse über den Design-Raum „Länge“



# 5 Unsicherheiten im Strukturentwurf

In diesem Kapitel werden zunächst nach Möglichkeit alle Parameter zusammengestellt, die Einfluss auf die Primärstruktur von Transportflugzeugen haben. Diese Liste wird anschließend analysiert und es wird mit Hilfe von Annahmen, Abschätzungen und Sensitivitätsanalysen eine reduzierte Liste von unsicheren Parametern herausgearbeitet, die daraufhin quantifiziert werden können. Diese Quantifizierung umfasst das Darstellen der Parameter mit Hilfe der Standardabweichung und der Wahl einer Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion.

## 5.1 Bestimmung unsicherer Parameter

Zur Bestimmung der unsicheren Parameter wird zuerst eine Liste mit allen die Primärstrukturmasse beeinflussenden Parametern erstellt. Hierzu dienen selbst gewählte Überkategorien. Die Überkategorien sind in Tabelle 5.1 dargestellt und es werden jeweils Beispiele gegeben, um deutlicher zu machen, was in dieser Kategorie beschrieben wird.

Es wird nun aus diesen Überkategorien eine möglichst vollständige Liste der die Primärstrukturmasse beeinflussenden Parameter erarbeitet. Diese Liste ist in Tabelle 5.2 zu finden und soll nachfolgend kurz erläutert werden.

Unter Material sind Werkstoffkennwerte zu finden, da diese je nach Herstellungsprozess variieren können. Sie werden in Handbüchern (wie zum Beispiel dem LTH [LTH13]) in der Regel statistisch in Form von Sicherheitswerten wie dem A- und B-Wert (siehe Kapitel 2.4) angegeben. Die Materialkennwerte sind unmittelbar mit der Dimensionierung der Bauteile und somit mit der Primärstrukturmasse verknüpft. Eine zukünftige Herangehensweise könnte es sein, die Kennwerte nicht in Form solcher Sicherheitswerte anzugeben, sondern die vollständige beschreibende Statistik zu nutzen, um die geforderte Sicherheit erst anhand des Ergebnisses zu bestimmen. Dies bietet unter Umständen die Möglichkeit, eine bessere Materialausnutzung zu gewährleisten.

Tabelle 5.1: Kategorien zur Findung von Strukturmasse beeinflussenden Parametern

Kategorie	Beispiel
Material	Dichte, Steifigkeit, Festigkeit
Massen	Ausrüstungsmasse, Triebwerkmasse
Lasten	Landelasten, Böenlasten, Manöverlasten
Geometrien	Spannweite, Flügelpfeilung
Sicherheiten	Limit Load Factor, Biegesicherheit
Entwurfsparameter	Reichweite, Anzahl Passagiere
Design-Faktoren	Kerbfaktor, Dopplerfaktor
Technologiefaktoren	Berücksichtigung verbesserter Technologien
Modellfehler	Diskretisierung, Netzauflösung

Die angegebenen Massen werden zu Beginn des Entwurfsprozess empirisch berechnet, um einen Anhaltspunkt zu haben, mit welchen Flugzeugmassen die Rechnungen begonnen werden sollen. Hier kann eine relativ große Unsicherheit erwartet werden, wobei davon ausgegangen werden kann, dass sich einige dieser Unsicherheiten durch iteratives Vorgehen relativieren. Dies ist wiederum teuer und zeitintensiv, sodass eine möglichst genaue Abschätzung zu Beginn wünschenswert ist. Die Dimensionierung von z. B. Haut, Stringern und Spanten und somit das Strukturgewicht ist abhängig von den darauf wirkenden Lasten, welche wiederum abhängig sind von den Flugzeugmassen, wodurch die Iterationsschleife zu Stande kommt.

Die Geometrien des Flugzeugs sind unterschiedlicher Natur. Während Parameter wie Rumpfdurchmesser, Rumpfform und Rumpflänge eher von Entwurfsparametern wie Art der Nutzlast, Kabinenlayout o. ä. vorgegeben werden, werden Parameter wie die Flügelfläche oder die Leitwerksflächen von den Massen bestimmt. Die Flügelfläche wird durch die maximale Abflugmasse und den dadurch erforderlichen Auftrieb bestimmt, während die Größe der Leitwerkflächen durch die flugmechanische Stabilität des Flugzeugs definiert wird. Andere Parameter wie die Stringer- und Spantgeometrien, werden zu Anfang beruhend auf Erfahrungswerten gewählt, im fortschreitenden Prozess jedoch auch optimiert.

Die Sicherheiten werden in der Luftfahrt grundsätzlich durch den Limit Load factor (zu deutsch: sicheres Lastvielfaches) und den Ultimate Load factor (zu deutsch: Bruchlastvielfaches oder kritisches Lastvielfaches) angegeben [Wie07, S. 454/455]. Diese sind durch die EASA bzw. die Federal Aviation Administration (FAA) in den sogenannten

Tabelle 5.2: Liste der die Strukturmasse beeinflussenden Parameter

Material	Massen	Lasten
Zugfestigkeit	Rumpfmasse	Manöverlasten
zulässige Dehnung	Flügelmasse	Böenlasten
Schubfestigkeit	Treibstoffmasse	Landelasten
Steifigkeit in Form des Elastizitätsmodul	Triebwerksmasse	Schlepplasten
Dichte	Ausrüstungsmasse	Aufbockung bei Wartung
Querkontraktion	Nutzlastmasse	Aerodynamische Lasten
	Leitwerkmasse	
	Systemmasse	
	Fahrwerksmasse	
Geometrien	Sicherheiten	Entwurfsparameter
Rumpfdurchmesser	Limit Load Factor	Reichweite
Rumpflänge	- Biegung	Reisegeschwindigkeit
Rumpfform	- Torsion	max. Startbahnlänge
Spannweite	- Zug/Druck	max. Flughöhe
Flügelpeilung	- Beulen	max. Geschwindigkeit
V-Stellung	Ultimate Load Factor	max. Machzahl
Flügelfläche	- Biegung	max. Reiseflughöhe
Leitwerkfläche	- Torsion	max. Landemasse
Leitwerkspannweite	- Zug/Druck	max. Startmasse
Leitwerkhöhe	- Beulen	Anzahl Passagiere
Leitwerkpeilung	Biegesicherheit	Anfluggeschwindigkeit
Stringergeometrie	Knicksicherheit	
Spantgeometrie	Beulsicherheit	
Profilgeometrie		
Strutgeometrie		
Strutlänge (Anbindung Flügel)		
Design-Faktoren	Technologiefaktoren	Modellfehler
Kerbfaktor	verbesserte Profile	Netzauflösung
Dopplerfaktor	verbesserte Hoch-	Geometriefehler
Größenfaktor	auftriebstechnik	Randbedingungen
Oberflächenfaktor	Effizienterer Leichtbau	Diskretisierungsfehler
Klemmlänge		Idealisierungsfehler
Lastfaktor Beulen		

Certification Specifications (CS) festgelegt. In der CS 25.337 [EASA16, S. 1-C-7] ist eine Formel zur Berechnung des positiven Lastvielfachen gegeben, welches als Limit Load factor übernommen werden kann. Der später zu wählende Wert darf 2,5 nicht unter- und 3,8 nicht überschreiten. Der Wert berechnet sich nach dem maximalen Abfluggewicht, ist aber bei Flugzeugen in der Kategorie bis 200 Passagiere in der Regel kleiner als 2,5 und wird somit auf 2,5 festgelegt. Der Ultimate Load factor berechnet sich im Allgemeinen aus dem Limit Load Factor multipliziert mit 1,5 [CS25.303, EASA16, S. 1-C-1]. Weitere Sicherheiten wie die Biegesicherheit oder die Knick-/Beulsicherheit werden weitestgehend durch Erfahrungswerte ausgewählt.

Die Entwurfsparameter werden, wie in Kapitel 2.1 bereits beschrieben, im Allgemeinen zum Ende der Konzeptphase festgelegt und gelten anschließend als TLARs. Sie dienen somit als Grundlage des Konzepts und eine spätere Änderung während der Definitionsphase würde enorme Kosten nach sich ziehen und kann somit auch zum Programmabbruch führen.

Designfaktoren dienen unter anderem zur Berücksichtigung von Konstruktionseigenschaften, die eine Auswirkung auf die Spannungsverteilung im Bauteil haben. Außerdem können sie als Parameter dienen, um Versagenskriterien und deren Ergebnisse zu gewichten. Da die Konstruktionen während der Definitionsphasen meist eher weniger detailliert sind, wird die Auswirkung dieser Parameter als eher gering eingeschätzt.

Technologiefaktoren werden dazu verwendet, die Verbesserung von Neuentwicklungen abzuschätzen und so bereits frühzeitig in den Entwurf mit einzubeziehen. So kann z. B. die bessere Effizienz einer neuartigen Triebwerkstechnologie abgebildet werden, weshalb weniger Treibstoff benötigt wird und somit die maximale Abflugmasse reduziert werden kann. Verbesserte aerodynamische Profile oder Klappensysteme wirken sich auf die aerodynamischen Lasten und somit auch wieder auf die Strukturdimensionierung aus. Auch Weiterentwicklungen in Materialien lassen sich auf diese Weise relativ einfach berücksichtigen.

Die Modellfehler des FE-Systems sind in den Tabellen 5.1 und 5.2 der Vollständigkeit halber erwähnt, da die Quantifizierung der Modellfehler nicht Teil dieser Arbeit ist (siehe Aufgabenstellung).

Die Liste dieser Parameter wird im nachfolgenden Kapitel auf ausgewählte Parameter reduziert, da eine Untersuchung aller hier aufgelisteten Parameter den Rahmen dieser Arbeit überschreiten würde.

## 5.2 Eingrenzung der unsicheren Parameter

Bereits in Kapitel 4.2 wurde gezeigt, dass es wichtig ist, die Dimensionalität eines Modells zu begrenzen, um mit der verfügbaren Rechnerkapazität auszukommen. Außerdem ist eine Reduktion der Parameter sinnvoll, um einen dem Zeitrahmen der Arbeit angemessenen Umfang festzulegen. Für diese Arbeit bedeutet das, dass bestimmte Variablen der in Tabelle 5.2 aufgeführten Parameter ausgewählt werden, um diese im Anschluss näher zu quantifizieren. Da aber erwartet werden kann, dass auch unter Zuhilfenahme einer an dieser Stelle ausgeführten Sensitivitätsanalyse, immer noch eine (zu) große Anzahl an Parametern ausgewählt werden würde, ist das Vorgehen in zwei Schritte aufgeteilt: Zuerst wird durch eine qualitative Bewertung der Fokus auf Bereiche gelegt, von denen erwartet werden kann, dass sie das Ergebnis in hohem Maße beeinflussen. Im zweiten Schritt wird daraufhin mit einer Sensitivitätsanalyse eine quantitative Bewertung innerhalb der ausgewählten Bereiche durchgeführt, um die Parameter weiter einzugrenzen.

### 5.2.1 Bereichsauswahl

Als ein erster Schritt zur Eingrenzung der Parameter bzw. der Auswahl relevanter Bereiche dient die Aufstellung einer Übersicht aus der deutlich wird, welcher Parameter, bzw. welche Parametergruppe andere Parameter oder Parametergruppen wie beeinflusst. Aus Abbildung 5.1 wird ersichtlich, wie einzelne Abteilungen bzw. Bereiche im Flugzeugentwurf zusammenhängen. Rot umrandet sind hierbei die Kenngrößen, die unmittelbaren bzw. iterativen Einfluss auf die Strukturdimensionen und die Strukturmassen nehmen.

Die Lasten, in Zusammenhang mit den zulässigen mechanischen Eigenschaften des Materials, sowie einer Strukturgeometrie, ergeben eine erforderliche Querschnittfläche, welche die erforderliche Spannung aushält bzw. die erforderliche Steifigkeit mit sich bringt. Unmittelbaren Einfluss auf das Gewicht der Struktur nehmen demnach das verwendete Material sowie die darauf wirkenden Lasten. Es könnte folglich gesagt werden, dass eine akkurate Beschreibung der Unsicherheiten der Lasten und der Materialkennwerte bereits einen Großteil der im Primärstrukturentwurf auftretenden Unsicherheiten implizit mit abdeckt. Da aufgrund des hochkomplexen Problems „Flugzeugentwurf“ allerdings davon ausgegangen werden kann, dass nicht das nötige Wissen vorhanden ist, um die Lastenunsicherheiten in ausreichendem Maße zu beschreiben, müssen die nächstkleineren Bereiche betrachtet werden. Dabei fällt auf, dass sich die Lasten zu einem großen Teil aus jeglichen Massen (Strukturmassen, Betriebsmassen, Triebwerksmasse, Kraftstoffmasse)

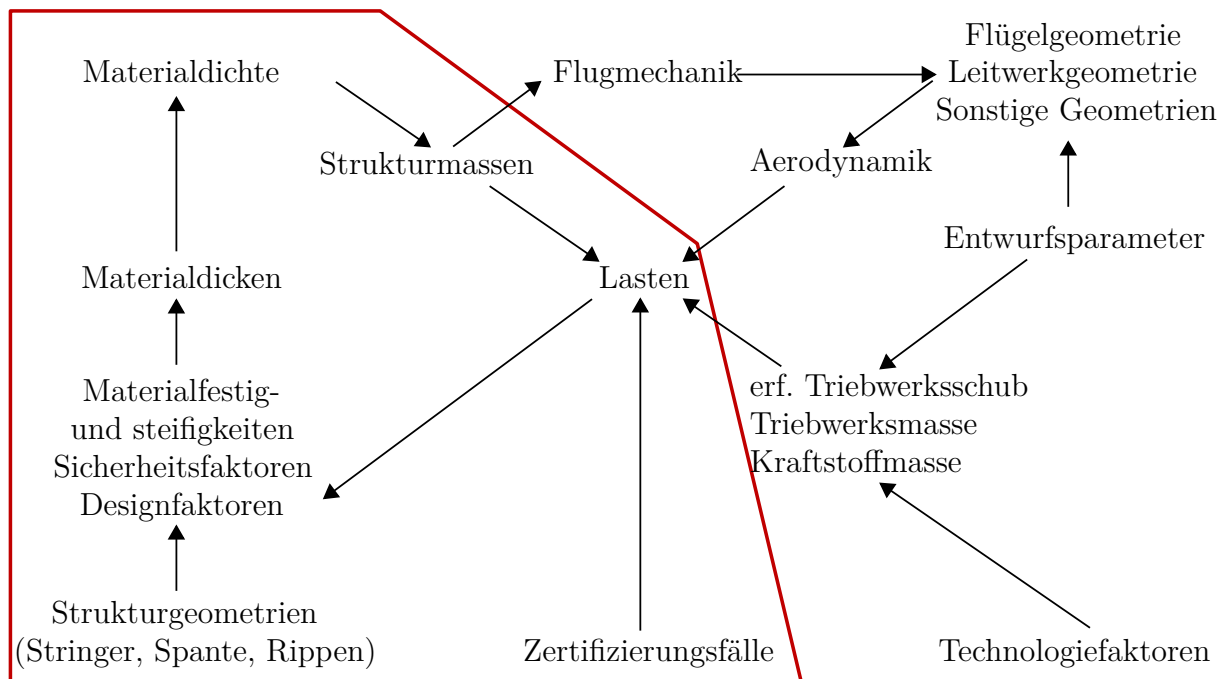


Abbildung 5.1: Vereinfachte Darstellung der iterativen Parameterabhängigkeiten; rot umrandet sind Kenngrößen mit unmittelbarem Einfluss auf die Primärstrukturmasse

und zu weiteren Teilen aus der Aerodynamik des Flugzeugs, den Triebwerkeigenschaften und den nach EASA vorgeschriebenen Zertifizierungsfällen zusammensetzen. Diese werden nachfolgend noch etwas näher beschrieben.

Die Massen eines Flugzeugs bestimmen die Lasten in erster Linie dadurch, dass sie den nötigen Auftrieb bestimmen, der erzeugt werden muss, um ein bestimmtes Manöver durchzuführen. Da sich ein Großteil der Massen durch Nutzlast und Ausrüstungsmasse im Rumpffinnenraum befindet, der Auftrieb aber hauptsächlich durch die Flügel erzeugt wird, ergibt sich ein mechanisches Ersatzbild, wie es in Abbildung 5.2 vereinfacht dargestellt ist. Durch unterschiedliche Flugmanöver kann es zusätzlich zu Lastüberhöhungen kommen, wodurch das zwei- bis dreifache des Gesamtflugzeuggewichts als Last auf die Struktur wirkt. Die einzelnen Komponentenmassen werden daher im nächsten Kapitel 5.2.2 auf ihre Sensitivität geprüft.

Die Aerodynamik eines Flugzeugs ist hauptsächlich von der Flugzeuggeometrie und somit von den vielen möglichen Geometrieparametern abhängig. Somit wird über die Geometrie bestimmt, wie viel Auftrieb an welchen Stellen erzeugt wird (Auftriebsverteilung).

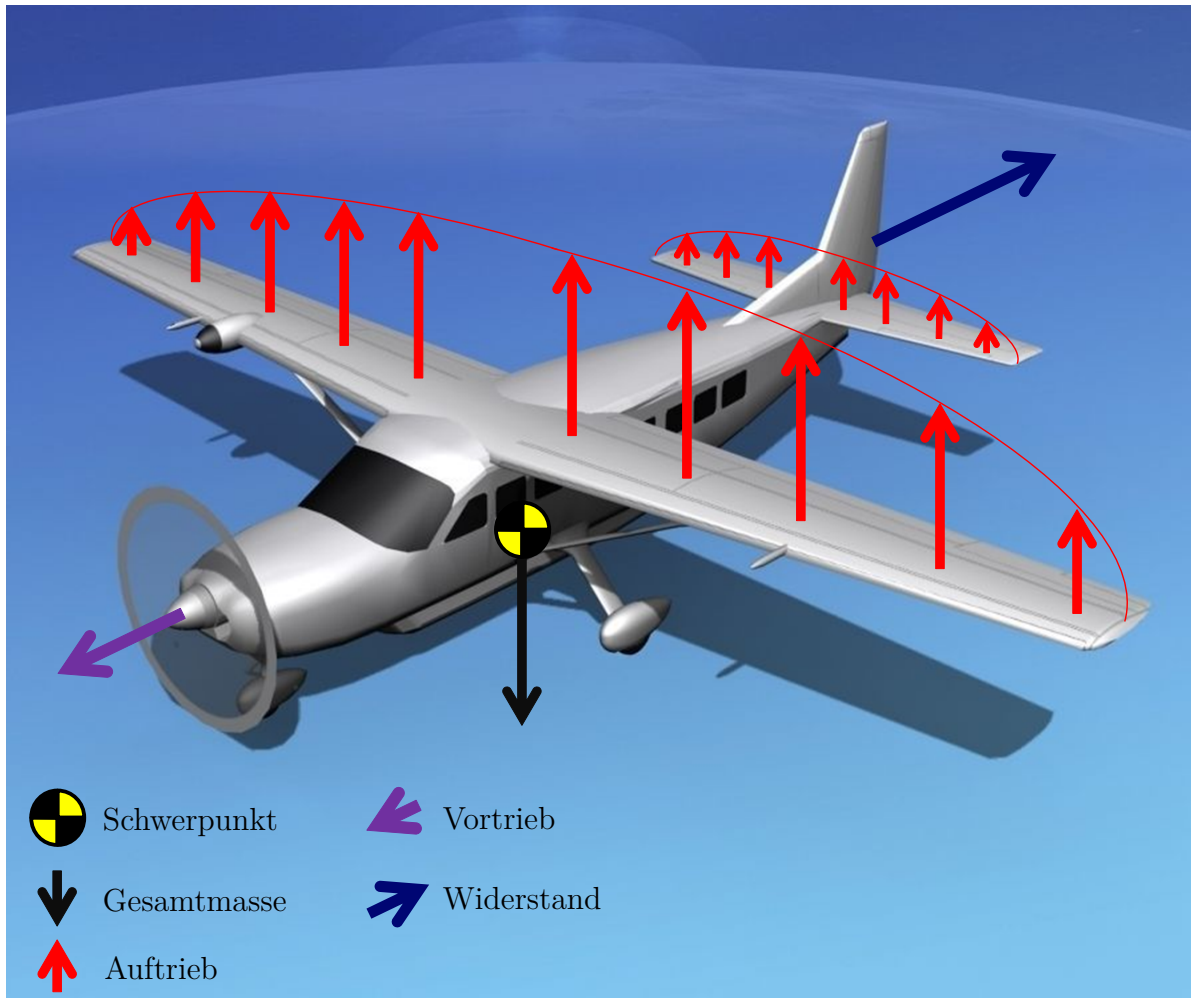


Abbildung 5.2: Vereinfachtes Modell der äußeren Lasten eines SBW-Flugzeugs (Cessna C208 Caravan), abgeändert von [CGT16]

In der Definitionsphase wird hierbei vereinfacht von einer elliptischen Auftriebsverteilung ausgegangen, wie sie auch in Abbildung 5.2 dargestellt ist. Dies hat allerdings zur Folge, dass hauptsächlich die Spannweite bzw. die Flügelstreckung in die Auftriebsverteilung mit eingeht und die restlichen Geometrieparameter an dieser Stelle nur eine untergeordnete Rolle spielen. Zudem können die Unsicherheiten vieler Geometrieparameter den Szenario-Unsicherheiten zugeordnet werden, mit Hilfe derer der Einfluss der Unsicherheiten auf das Gesamtergebnis untersucht werden soll. Daher wird an dieser Stelle festgelegt, dass jegliche Geometrieparameter als konstant angesehen werden können, wodurch auch die Unsicherheit der Aerodynamik als vernachlässigbar gilt.

Die Triebwerkeigenschaften umfassen den Triebwerksschub, die Triebwerksmasse und den Treibstoffverbrauch. Letztere beiden Unsicherheiten werden bereits über die Unsicherheiten in den Massen abgebildet. Der erforderliche Triebwerksschub wird innerhalb der Sensitivitätsanalyse gesondert betrachtet.

Die Zertifizierungsfälle geben an, welche Lastüberhöhungen das Flugzeug über seine Lebensdauer hinweg (bzw. bis zum nächsten Wartungsintervall) sicher ertragen muss. Da diese Fälle von der EASA in den Certification Specifications festgelegt sind und zusätzlich in dem in dieser Arbeit verwendeten Entwurfssystem nicht geändert werden können, werden die Zertifizierungsfälle als Unsicherheit ausgeschlossen.

Zusammenfassend bleiben als Unsicherheiten für den Primärstrukturentwurf somit die Unsicherheiten aus den Massen und den Materialeigenschaften. Somit wird davon ausgegangen, dass sich die meisten Unsicherheiten in den Massenunsicherheiten widerspiegeln. Die Parameter, die somit in die Sensitivitätsanalyse mit eingehen, sind nachfolgend zusammenfassend aufgelistet.

- |                                 |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|
| • Elastizitätsmodul $E$         | • Frachtmasse $m_{cargo}$        |
| • Zugfestigkeit $R_m$           | • Passagiermasse $m_{PAX}$       |
| • zul. Schubspannung $\tau$     | • Triebwerksmasse $m_{eng}$      |
| • Dichte $\rho$                 | • Triebwerksschub $S_0$          |
| • Rumpfmasse $m_{fus}$          | • Pylonmasse $m_{pylon}$         |
| • Flügelmasse $m_{wing}$        | • Ausrüstungsmasse $m_{furn}$    |
| • Höhenleitwerkmasse $m_{htp}$  | • operationelle Masse $m_{oper}$ |
| • Seitenleitwerkmasse $m_{vtp}$ | • Systemmasse $m_{sys}$          |
| • Strutmasse $m_{strut}$        | • Hauptfahrwerkmasse $m_{mlg}$   |
| • Kraftstoffmasse $m_{fuel}$    | • Bugfahrwerkmasse $m_{nlg}$     |



### 5.2.2 Sensitivitätsanalyse

Um die Parameter noch weiter einzugrenzen, wird, ähnlich wie bereits in Kapitel 4, eine Sensitivitätsanalyse der zuvor ausgewählten Parameter durchgeführt. Ziel ist es, die Parameter zu identifizieren, die einen großen Einfluss auf die Primärstrukturmasse besitzen. Die Primärstruktur wird dabei durch die Komponenten Rumpf, Flügel, Strut, Höhen- und Seitenleitwerk dargestellt. Die Parameter, die als sensitiv identifiziert werden, werden auch für die Analyse der Gesamtunsicherheit weiterhin einzeln variiert. Bei Parametern, die als nicht sensitiv eingeordnet werden, bestehen zwei Möglichkeiten. Zum Einen können die Parameter als konstant gesetzt werden, wodurch eine Variation wegfällt. Eine andere Möglichkeit ist aber, bestimmte Parameter in Gruppen zusammenzufassen und die Gruppen zu variieren.

#### Sensitivität nach de Roo

Für die Sensitivitätsanalyse wird zuerst wieder das in Kapitel 4.2 bereits angewendete Verfahren nach de Roo [Roo93] angewendet. Hierfür werden alle zum Ende von Kapitel 5.2.1 dargestellten Parameter um  $\pm 10\%$  variiert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.3 dargestellt und werden nachfolgend diskutiert. Im Modell wurde für diese Analyse vereinfacht angenommen, dass jegliche Bauteile aus Aluminium „Al2024-T3“ gefertigt werden. Diese Annahme wurde getroffen, da an dieser Stelle nur die Sensitivitäten an sich aufgezeigt werden sollen und diese nicht materialabhängig sind.

In der ersten Spalte steht jeweils der Parameter der um  $\pm 10\%$  um einen Mittelwert variiert wurde. Die Spalten stellen die Sensitivität des Eingangsparameters auf den entsprechenden Ergebniswert dar. Rot hinterlegt sind alle Werte, die größer als der gewählte Schwellwert von  $1\%$  sind. Dem Wert liegt zu Grunde, dass somit alle Parameter ausgewählt werden, die eines der Primärstrukturbauteile um  $\pm 30\text{ kg}$  (unabhängig ihrer Gesamtmasse) beeinflussen.

Wie zu sehen ist, wirkt sich vor allem das Elastizitätsmodul (E-Modul) und die Dichte des Materials auf die Primärstrukturmassen aus. Daraus lässt sich schließen, dass vor allem Stabilitätskriterien dimensionierend wirken. Die Zugfestigkeit hat vor allem große Auswirkungen auf die Strutmasse, was die Erwartung bestätigt, dass die Struts vor allem auf Zug belastet sind. Die Sensitivität der Massen auf die zulässige Schubspannung ist null, was zu der Annahme führt, dass die Zug- und Drucklasten gegenüber Schublasten dominieren. Jegliche Massen wirken sich vor allem auf die Dimensionierung des Flügels und des Struts aus. Dies liegt mitunter an der Modellvereinfachung, dass die Massen bei der Lastenberechnung häufig gleichmäßig auf den Rumpf verteilt werden.

Tabelle 5.3: Sensitivität ausgewählter Parameter auf die Primärstrukturmasse (nach de Roo [Roo93])

	$m_{fus}$	$m_{wing}$	$m_{strut}$	$m_{htp}$	$m_{vtp}$
$E$	2,75 %	4,45 %	2,64 %	5,95 %	6,16 %
$\rho$	20,00 %	20,00 %	20,00 %	20,00 %	20,00 %
$R_m$	0,49 %	8,32 %	36,56 %	0,00 %	0,66 %
$\tau_{zul}$	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
$S_0$	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
$m_{fus,init}$	0,31 %	1,83 %	5,22 %	0,53 %	0,79 %
$m_{wing,init}$	0,15 %	0,01 %	0,38 %	0,41 %	0,52 %
$m_{htp,init}$	0,14 %	0,04 %	0,29 %	0,44 %	0,43 %
$m_{vtp,init}$	0,14 %	0,07 %	0,32 %	0,08 %	0,09 %
$m_{strut,init}$	0,04 %	0,13 %	0,50 %	0,08 %	0,10 %
$m_{fuel,init}$	0,17 %	0,62 %	1,47 %	0,73 %	0,96 %
$m_{cargo}$	0,27 %	1,62 %	4,61 %	0,50 %	0,60 %
$m_{PAX}$	0,43 %	2,69 %	7,49 %	0,90 %	1,20 %
$m_{engine}$	1,06 %	1,59 %	4,50 %	0,45 %	0,60 %
$m_{furnishing}$	0,09 %	0,55 %	1,49 %	0,17 %	0,22 %
$m_{operating}$	0,16 %	0,97 %	2,59 %	0,29 %	0,37 %
$m_{pylon}$	0,39 %	0,61 %	1,53 %	0,23 %	0,22 %
$m_{system}$	0,16 %	0,97 %	2,57 %	0,29 %	0,35 %
$m_{mlg}$	0,06 %	0,50 %	1,40 %	0,16 %	0,20 %
$m_{nlg}$	0,02 %	0,06 %	0,32 %	0,07 %	0,09 %

Außerdem muss für jede Massenzunahme auch der Auftrieb zunehmen, wodurch ein höheres Flügelbiegemoment entsteht, welches durch Flügelstruktur und Strut übertragen wird.

Es wird entschieden, dass Komponenten zusammengefasst werden können, sobald sie nicht mehr als zwei Primärstrukturbauteile betreffen. Somit bleiben als einzeln zu variierende Parameter nur die vier Parameter  $E$ ,  $\rho$ ,  $m_{PAX}$  und  $m_{engine}$ . Alle anderen Parameter dürfen zusammengefasst werden.

#### Sensitivität nach Kirkby

Zum Vergleich wird, wie in Kapitel 4.2 auch, eine Sensitivitätsanalyse nach Kirkby [Kir93] durchgeführt. Hierbei ist der Rechenaufwand etwas höher als bei der Analyse nach de Roo, weil für jeden Parameter mindestens fünf Rechnungen durchgeführt werden sollten (statt drei wie bei der Analyse nach de Roo [Roo93]), um einen realistischen Variationskoeffizienten des Ergebniswertes schätzen zu können. Aus diesem Grund werden hierfür die Nutzlastmassen  $m_{PAX}$  und  $m_{Cargo}$  unter  $m_{PL}$ , sowie die Fahrwerksmassen  $m_{mlg}$  und  $m_{nlg}$  unter  $m_{lg}$  zusammengefasst. Außerdem werden für die Schubspannung  $\tau_{zul}$  und den Schub  $S_0$  keine weiteren Rechnungen durchgeführt, da in Tabelle 5.3 bereits gezeigt werden konnte, dass diese Parameter nur einen sehr geringen Einfluss auf die Primärstruktur haben. Die Ergebnisse der Analyse nach Kirkby [Kir93] sind in Tabelle 5.4 dargestellt. Die jeweiligen Variationskoeffizienten  $v$  wurden nach persönlichem Ermessen geschätzt und sind ebenfalls Tabelle 5.4 zu entnehmen.

Um die beiden Analysen miteinander vergleichbar zu machen, wird der Schwellenwert, ab wann ein Parameter als sensitiv betrachtet wird, auf 10 % festgelegt. Somit sind erneut alle Parameter berücksichtigt, die eine der Primärstrukturmassen unabhängig von ihrer Gesamtmasse um mehr als  $\pm 30$  kg beeinflussen. Auch hier ist wieder eine starke Abhängigkeit aller Primärstrukturbauteile von der Dichte und der Steifigkeit des Materials zu erkennen. Weiterhin ist auch die Festigkeit wieder ein ausschlaggebender Faktor. Von den Massen ist vor allem die Nutzlastmasse einflussreich. Die Ergebnisse der Analyse nach Kirkby [Kir93] bestätigen die Ergebnisse nach de Roo [Roo93], wenn auch in leicht abgeschwächter Form, was an den unterschiedlichen Variationskoeffizienten liegt.

Werden die geschätzten Standardabweichungen der Primärstrukturmassen betrachtet, zeigt sich, dass keine Eingangsmassenvariation die Primärstrukturmassen in auffallend großen Bereichen beeinflusst. Kombiniert können die Massen aber durchaus einen höheren Einfluss haben. Darum werden bestimmte Parameter zusammengefasst. Wird auf die Analyse nach Kirkby [Kir93] das gleiche Zusammenfassungskriterium angewendet,

Tabelle 5.4: Sensitivität ausgewählter Parameter auf die Primärstrukturmasse (nach Kirkby [Kir93])

Eingangsparameter	$m_{fus}$			$m_{wing}$			$m_{strut}$			$m_{htp}$			$m_{utp}$		
		in kg	Sensitivität		in kg	Sensitivität		in kg	Sensitivität		in kg	Sensitivität		in kg	Sensitivität
$E$ in N/m <sup>2</sup>	$\mu$	$72,79 \cdot 10^9$			2496,48		492,53		320,56		234,21		234,21		
	$\sigma$	$32,47 \cdot 10^9$	13,43 %		28,07	25,21 %	2,95	13,43 %	4,19	29,30 %	3,06	29,30 %	3,06	29,29 %	
	$v$	4,46 %	0,00 %		1,12 %		0,60 %		1,31 %		1,31 %		1,31 %		
$\rho$ in kg/m <sup>3</sup>	$\mu$	2778,12			2467,46		489,77		316,83		231,25		231,25		
	$\sigma$	72,66	100,00 %		64,54	100,01 %	12,81	100,00 %	8,29	100,04 %	6,05	100,04 %	6,05	100,03 %	
	$v$	2,62 %			2,62 %		2,62 %		2,62 %		2,62 %		2,62 %		
$R_m$ in N/m <sup>2</sup>	$\mu$	$443,77 \cdot 10^6$			2490,06		490,81		319,39		233,14		233,14		
	$\sigma$	$21,30 \cdot 10^6$	2,53 %		42,08	35,22 %	44,28	188,00 %	0,19	1,24 %	0,32	1,24 %	0,32	2,86 %	
	$v$	4,80 %			1,69 %		9,02 %		0,06 %		0,14 %		0,14 %		
$m_{fus,init}$ in kg	$\mu$	9378,60			2538,25		523,74		321,73		235,56		235,56		
	$\sigma$	208,62	1,71 %		5,30	9,39 %	3,11	26,69 %	0,27	3,77 %	0,21	3,77 %	0,21	4,01 %	
	$v$	2,22 %	0,03 %		0,21 %		0,59 %		0,08 %		0,09 %		0,09 %		
$m_{wing,init}$ in kg	$\mu$	6790,71			2538,04		523,46		321,79		235,55		235,55		
	$\sigma$	176,42	0,87 %		0,19	0,29 %	0,12	0,88 %	0,21	2,51 %	0,18	2,51 %	0,18	2,94 %	
	$v$	2,60 %	0,02 %		0,01 %		0,02 %		0,07 %		0,08 %		0,08 %		
$m_{htp,init}$ in kg	$\mu$	381,36			2547,19		529,03		329,06		242,00		242,00		
	$\sigma$	8,53	0,63 %		0,13	0,23 %	0,29	2,45 %	0,17	2,31 %	0,16	2,31 %	0,16	2,96 %	
	$v$	2,24 %	0,01 %		0,01 %		0,05 %		0,05 %		0,07 %		0,07 %		
$m_{utp,init}$ in kg	$\mu$	493,41			2538,01		523,48		321,67		235,53		235,53		
	$\sigma$	15,83	0,65 %		0,40	0,49 %	0,17	1,01 %	0,01	0,10 %	0,01	0,10 %	0,01	0,13 %	
	$v$	3,21 %	0,02 %		0,02 %		0,03 %		0,00 %		0,00 %		0,00 %		
$m_{strut,init}$ in kg	$\mu$	704,80			2537,90		523,44		321,67		235,53		235,53		
	$\sigma$	18,56	0,25 %		0,40	0,60 %	0,19	1,38 %	0,01	0,12 %	0,01	0,12 %	0,01	0,16 %	
	$v$	2,63 %	0,01 %		0,02 %		0,04 %		0,00 %		0,00 %		0,00 %		
$m_{fuel,init}$ in kg	$\mu$	11 315,67			2486,50		493,29		319,16		233,08		233,08		
	$\sigma$	279,75	2,18 %		1,76	2,86 %	0,90	7,38 %	0,50	6,34 %	0,34	6,34 %	0,34	5,90 %	
	$v$	2,47 %	0,04 %		0,07 %		0,18 %		0,16 %		0,15 %		0,15 %		
$m_{payload}$ in kg	$\mu$	21 531,55			2487,99		494,06		319,31		233,23		233,23		
	$\sigma$	428,32	2,90 %		10,00	20,20 %	5,70	58,00 %	0,68	10,71 %	0,47	10,71 %	0,47	10,13 %	
	$v$	1,99 %	0,06 %		0,40 %		1,15 %		0,21 %		0,20 %		0,20 %		
$m_{engine}$ in kg	$\mu$	8029,97			2538,28		523,81		321,77		235,54		235,54		
	$\sigma$	197,04	5,15 %		4,96	7,96 %	2,85	22,17 %	0,22	2,79 %	0,21	2,79 %	0,21	3,63 %	
	$v$	2,45 %	0,13 %		0,20 %		0,54 %		0,07 %		0,09 %		0,09 %		
$m_{furnishing}$ in kg	$\mu$	2785,06			2538,04		523,69		321,68		235,54		235,54		
	$\sigma$	87,01	0,38 %		1,88	2,37 %	1,21	7,40 %	0,05	0,50 %	0,05	0,50 %	0,05	0,68 %	
	$v$	3,12 %	0,01 %		0,07 %		0,23 %		0,02 %		0,02 %		0,02 %		
$m_{operating}$ in kg	$\mu$	4810,35			2537,53		523,28		321,69		235,53		235,53		
	$\sigma$	160,80	0,62 %		3,87	4,56 %	2,38	13,61 %	0,15	1,39 %	0,15	1,39 %	0,15	1,91 %	
	$v$	3,34 %	0,02 %		0,15 %		0,45 %		0,05 %		0,06 %		0,06 %		
$m_{pylon}$ in kg	$\mu$	2903,70			2538,21		523,72		321,71		235,53		235,53		
	$\sigma$	91,40	1,94 %		2,27	2,84 %	1,32	8,01 %	0,13	1,28 %	0,07	1,28 %	0,07	0,94 %	
	$v$	3,15 %	0,06 %		0,09 %		0,25 %		0,04 %		0,03 %		0,03 %		
$m_{system}$ in kg	$\mu$	1737,36			2536,90		523,08		321,68		235,48		235,48		
	$\sigma$	138,60	0,22 %		3,58	1,77 %	2,07	4,96 %	0,14	0,55 %	0,14	0,55 %	0,14	0,75 %	
	$v$	7,98 %	0,02 %		0,14 %		0,40 %		0,04 %		0,06 %		0,06 %		
$m_{lg}$ in kg	$\mu$	2941,42			2538,38		523,92		321,69		235,55		235,55		
	$\sigma$	81,31	0,32 %		1,66	2,37 %	1,08	7,46 %	0,04	0,45 %	0,05	0,45 %	0,05	0,77 %	
	$v$	2,76 %	0,01 %		0,07 %		0,21 %		0,01 %		0,02 %		0,02 %		

wie auf die Analyse nach de Roo [Roo93], so bleiben das Elastizitätsmodul  $E$ , die Dichte  $\rho$  und die Nutzlastmasse  $m_{PL}$  als einzeln zu variierende Parameter bestehen. Da sich die Zugfestigkeit  $R_m$  nicht mit anderen Parametern zusammenfassen lässt, bleibt auch diese als einzeln zu variierender Parameter bestehen. Alle weiteren Parameter dürfen zusammengefasst werden. Um dies zu tun, werden die Parameter nach (globalen) Lasteinleitungspunkten geordnet und dementsprechend zusammengefasst. Die Sensitivitätswerte des Seiten- und Höhenleitwerks bezüglich der zusammengefassten Nutzlastmasse liegen nur knapp über dem Grenzwert von 10 %. Dies zeigt, dass eine Zusammenfassung von Passagiermasse  $m_{PAX}$  und Frachtmasse  $m_{cargo}$  entgegen der Sensitivitätswerte nach de Roo [Roo93] eine erlaubte Annahme ist. Schlussendlich kommen folgende zu variierende Parameter für die Gesamtunsicherheitsauswertung heraus:

- Elastizitätsmodul  $E$
- Dichte des Materials  $\rho$
- Zugfestigkeit des Materials  $R_m$
- kombinierte Flügelmasse  $m_{WSF}$ , bestehend aus
  - Flügelmasse  $m_{wing}$
  - Strutmasse  $m_{strut}$
  - Kraftstoffmasse  $m_{fuel}$
- kombinierte Leitwerkmasse  $m_{TP}$ , bestehend aus
  - Höhenleitwerkmasse  $m_{htp}$
  - Seitenleitwerkmasse  $m_{vtp}$
- Nutzlastmasse  $m_{PL}$ , bestehend aus
  - Passagiermasse  $m_{PAX}$
  - Frachtmasse  $m_{cargo}$
- kombinierte Triebwerkmasse  $m_{EP}$ , bestehend aus
  - Triebwerkmasse  $m_{engine}$
  - Pylonmasse  $m_{pylon}$

- kombinierte Rumpfmasse  $m_{FUS}$ , bestehend aus
  - Rumpfmasse  $m_{fus}$
  - Möbelmasse  $m_{fur}$
  - Systemmasse  $m_{system}$
  - operationelle Masse  $m_{oper}$
  - Hauptfahrwerkmasse  $m_{mlg}$
  - Bugfahrwerkmasse  $m_{nlg}$

Schlussendlich bleiben zum Ende der Eingrenzung noch acht unsichere Parameter übrig, die nun in Kapitel 5.3 quantifiziert werden. Da im hier verwendeten Modell prinzipiell fünf verschiedene Materialien (Al2024, Al7075, Al7150, Titan und Faserverbund-Material T300-15k) verwendet werden können steigt die Anzahl der zu quantifizierenden Parameter auf 20.

### 5.3 Quantifizierung der ausgewählten Parameter

Um die in Kapitel 5.2.2 ausgewählten Parameter zu quantifizieren werden je nach Parametertyp verschiedene Vorgehensweisen angewendet. Für die Quantifizierung der Massen werden empirische Formeln zu Hilfe genommen, die zum Teil bereits aus dem konventionellen Flugzeugentwurf bekannt sind. Um die Kennwerte der isotropen Materialien (z. B. Al2024) zu quantifizieren wird unter anderem auf die aus Handbüchern bekannten A- und B-Werte zurückgegriffen, um anhand von diesen eine Rückrechnung auf den Mittelwert und die Standardabweichung zu starten. Für die Quantifizierung der Werte des orthotropen Faserverbundmaterials T300-15k werden innerhalb des DLR durchgeführte Materialtests verwendet. Die Tests wurden mit einem anderen Material (IM7/8552) durchgeführt, es wird jedoch davon ausgegangen, dass die Werte übertragbar sind. Sofern es nicht anders angegeben ist, soll für alle nachfolgenden Hypothesen ein Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,01$  gelten, um nur markante Abweichungen zur Standardabweichung zu berücksichtigen.

### 5.3.1 Quantifizierung der Massen

Nachfolgend werden zuerst die Massen quantifiziert. Hierfür wird auf empirische Formeln aus Heinze [Hei10a], Raymer [Ray92], Böhnke [Boe15] und Dorbath und Gaida [DG13] zurückgegriffen. Dieses Vorgehen wird angewendet, da die einzelnen Eingangsparameter in die empirischen Formeln leichter abzuschätzen sind, als es die Massen selbst sind. Die Formeln werden mit Hilfe eines einfachen Faktors angepasst – zum Einen um den unkonventionellen Entwurf zu berücksichtigen und zum Anderen, um die Startwerte der Basiskonfiguration zu treffen. Diese ist im CPACS-Format auf der beiliegenden CD zu finden. Diese Startwerte wurden durch ein höherwertiges Modell ermittelt und sollen an dieser Stelle als Anhaltspunkt für die Quantifizierung dienen. Um eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der kombinierten Massen zu ermitteln, werden die Eingangswerte der empirischen Formeln in Bereichen variiert, die als realistisch eingeschätzt werden. Der Bereich des Gesamtergebnisses wird mit Hilfe eines Latin-Hypercube-Designs ermittelt, woraus sich schließlich die Verteilung ableiten lässt.

#### Masse im Flügel

Unter der Flügelgesamtmassse werden die Teilmassen Flügelstrukturmasse, Strutmasse und Treibstoffmasse kombiniert. Für diese drei Massen gibt es die empirischen Formeln in Gl. 5.1 und 5.2 aus Böhnke [Boe15, S. 127, Gl. 4.39/4.40] sowie die Gl. 5.3 aus Heinze [Hei10a, S. 148].

$$m_{wing} = \frac{1,144 \cdot 10^{-4} \cdot \lambda \cdot m_{TOM} - 76,91 \cdot \lambda}{\lambda \cdot \frac{t}{c} - \tau_t \cdot \eta_{strut} - 7,698 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda} + 39,35 \cdot S_w + 130,2 \cdot \varphi_{25} \cdot \frac{t}{c} \cdot S_w \quad (5.1)$$

$$m_{strut} = 0,0206 \cdot \varphi_{25} \cdot m_{TOM} + (87,71 + S_w) \cdot \eta_{strut} \cdot c_{strut} \cdot \sqrt{\lambda \cdot S} - 21,790 \cdot 10^3 \cdot \varphi_{25} \cdot \frac{t}{c} \cdot \eta_{strut} \quad (5.2)$$

$$m_{fuel} = m_{TOM} \cdot \left(1 - e^{-R/R_F}\right) \text{ mit Reichweitenfaktor } R_F = \frac{E \cdot v_c}{b_s \cdot g} \quad (5.3)$$

Die Eingangswerte für diese Formeln werden in den folgenden Bereichen variiert. Der Wert der Basiskonfiguration steht in Klammern dahinter.

- Flügelstreckung  $\lambda = 9 \dots 14$  (11,5)
- max. Startmasse  $m_{TOM} = 71\,000 \dots 73\,000$  kg (71 250 kg)
- Dickenverhältnis Flügel  $\frac{t}{c} = 0,15 \dots 0,21$  (0,18)
- Verdrehung des Flügels  $\tau_t = -6 \dots -2^\circ$  ( $-4^\circ$ )

- spannweitige Strutposition  $\eta_{strut} = 0,49 \dots 0,53$  (0,51)
- Flügelfläche  $S_w = 105 \dots 120 \text{ m}^2$  (112,5 m<sup>2</sup>)
- Flügelpfeilung  $\varphi_{25} = 8 \dots 10^\circ$  (9°)
- Struttiefe  $c_{strut} = 0,2 \dots 0,3 \text{ m}$  (0,25 m)

Um als Mittelwert für die Verteilung den Basiswert des höherwertigen Modells zu erreichen, müssen die Gl. 5.1 - 5.3 jeweils noch mit einem Korrekturfaktor multipliziert werden. Dieser ergibt sich durch Division der Ergebnismasse des höherwertigen Modells durch das Ergebnis der empirischen Formel mit verwendeten Basiswerten. Es ergeben sich die folgenden Korrekturfaktoren:

$$K_{wing} = 1,37$$

$$K_{Strut} = 1,123$$

$$K_{fuel} = 1,37$$

Um nun auf eine Verteilung für die kombinierte Masse im Flügel schließen zu können, wird mit Hilfe von RCE ein Design of Experiments (DoE) auf dem Latin-Hypercube-Verfahren aufgebaut. Die Eingangswerte werden in den zugewiesenen Bereichen 200 mal variiert, um eine ausreichende Datenbasis für die Verteilungsüberprüfung zu generieren. Die Ergebnisse aller Rechnungen finden sich auf der CD im Anhang. Für die Ergebnisse der kombinierten Flügelmasse wird ein Shapiro-Wilk-Test (vgl. Kapitel 2.4) auf Normalverteilung durchgeführt. Es stellt sich heraus, dass eine Normalverteilung angenommen werden kann. Die Ergebniswerte des Shapiro-Wilk-Tests ( $W$  und  $p$  – Wert), sowie das Histogramm und die Dichtefunktion für die kombinierte Flügelmasse sind in Abbildung 5.3 dargestellt. In dieser Abbildung sind außerdem wieder die einfache und zweifache Standardabweichung um den Mittelwert dargestellt. Somit lässt sich die kombinierte Flügelmasse  $m_{WSF}$  nun mit

$$m_{WSF} = 18\,022,05 \text{ kg} \pm 1413,03 \text{ kg} \rightarrow v_{WTP} = 7,84 \% \quad (5.4)$$

angeben.

### Masse am Leitwerk

Das Vorgehen bei der Quantifizierung der weiteren kombinierten Massen entspricht dem, welches bereits für die Masse im Flügel angewendet wurde. Die kombinierte Leitwerksmasse ergibt sich aus der Addition von Höhen- und Seitenleitwerksmasse. Die empirischen Formeln für die Massen des Höhen- und Seitenleitwerks sind dabei aus Raymer



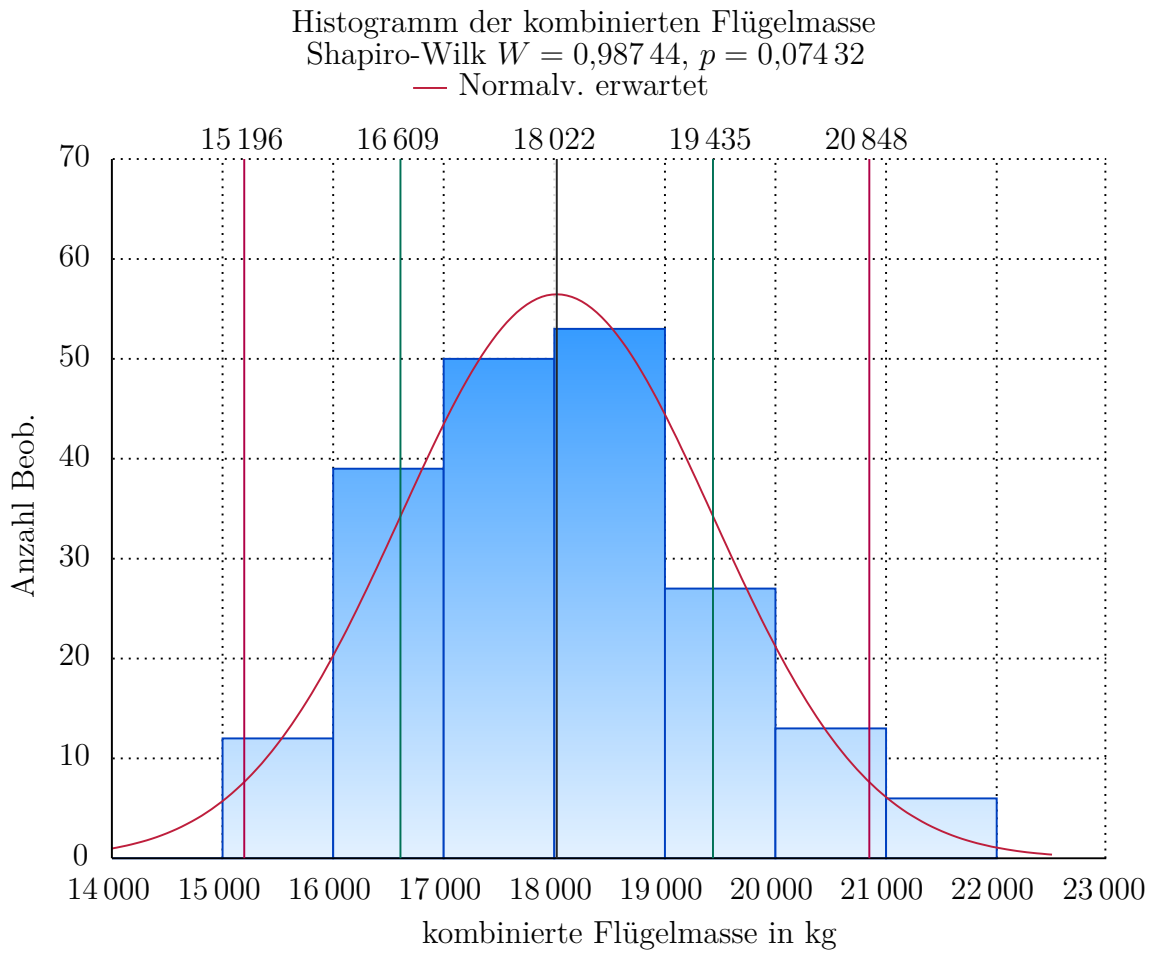


Abbildung 5.3: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion der kombinierten Flügelmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

[Ray92, S. 403, Gl. 15.26/15.27] entnommen. Massen müssen hierbei in pd, Winkel in rad, Längen in ft und Flächen in ft<sup>2</sup> angegeben werden.

$$m_{htp} = 0,0379 \cdot K_{uht} \cdot \left(1 + \frac{F_w}{b_{htp}}\right)^{-0,25} \cdot m_{TOM}^{0,639} \cdot n_{ult}^{0,1} \cdot S_{htp}^{0,75} \cdot L_t^{-1} \cdot K_y^{0,704} \quad (5.5)$$

$$\cdot \cos(\varphi_{htp})^{-1} \cdot \lambda_{htp}^{0,166} \cdot \left(1 + \frac{S_e}{S_{htp}}\right)^{0,1}$$

$$m_{vtp} = 0,0026 \cdot \left(1 + \frac{H_t}{H_v}\right)^{0,225} \cdot m_{TOM}^{0,556} \cdot n_{ult}^{0,536} \cdot L_t^{-0,5} \cdot S_{vtp}^{0,5} \cdot K_z^{0,875} \quad (5.6)$$

$$\cdot \cos(\varphi_{vtp})^{-1} \cdot \lambda_{vtp}^{0,35} \cdot \left(\frac{t}{c}\right)_{vtp}^{-0,5}$$

Die Eingangsvariablen der empirischen Gleichungen sind dabei wie folgt gewählt, wobei sie der Vergleichbarkeit halber im metrischen System dargestellt sind:

- Faktor für Beweglichkeit des Höhenleitwerks  $K_{uht} = 1$
- Rumpfbreite am Höhenleitwerk  $F_w = 1 \dots 2 \text{ m}$  (1,5 m)
- Spannweite des Höhenleitwerks  $b_{htp} = 11,5 \dots 13,5 \text{ m}$  (12,5 m)
- max. Startmasse  $m_{TOM} = 71\,000 \dots 73\,000 \text{ kg}$  (71 250 kg)
- Bruchlastvielfaches  $n_{ult} = 3,75$
- Flügelfläche des Höhenleitwerks  $S_{htp} = 20 \dots 40 \text{ m}^2$  (30 m<sup>2</sup>)
- Hecklänge (Flügel → Leitwerk)  $L_t = 15 \dots 25 \text{ m}$  (20 m)
- Faktor für Neigungsträgheitsradius  $K_y = 0,3 \cdot L_t$
- Pfeilung des Höhenleitwerks  $\varphi_{htp} = 5 \dots 25^\circ$  (15°)
- Streckung des Höhenleitwerks  $\lambda_{htp} = \frac{b_{htp}^2}{S_{htp}}$
- Fläche der Höhenruder  $S_e = 2 \dots 6 \text{ m}^2$  (4 m<sup>2</sup>)
- Faktor für Art des Leitwerks  $\frac{H_t}{H_v} = 1$
- Fläche des Seitenleitwerks  $S_{vtp} = 12,5 \dots 14,5 \text{ m}^2$  (13,5 m<sup>2</sup>)
- Faktor für Gierträgheitsradius  $K_z = L_t$
- Pfeilung des Seitenleitwerks  $\varphi_{vtp} = 10 \dots 30^\circ$  (20°)

- Höhe des Seitenleitwerks  $h_{vtp} = 5 \dots 6 \text{ m}$  (5,5 m)
- Streckung des Seitenleitwerks  $\lambda_{vtp} = \frac{h_{vtp}^2}{S_{vtp}}$
- Dickenverhältnis Seitenleitwerk  $(\frac{t}{c})_{vtp} = 0,02 \dots 0,16$  (0,09)

Als Korrekturfaktor für das Seitenleitwerk ergibt sich ein Wert von  $K_{vtp} = 1,0275$ . Für das Höhenleitwerk ist keine Masse in der Basisversion eingetragen, weshalb der Wert so belassen wird. Beim Test auf Normalverteilung ergibt sich für die Stichprobe aus 200 Proben allerdings nur ein W-Wert von 0,926 63 und ein p-Wert von 0,00, wodurch eine Annahme der Hypothese auf Normalverteilung nicht möglich ist. Es ist aber anzumerken, dass auch die Annahme der Eingangsparameterverteilung, welche beim Latin-Hypercube-Verfahren einer Rechteckverteilung entspricht, bereits nur geschätzt ist und daher als Fehlerquelle betrachtet werden kann. Wie bereits erwähnt, wird der „Umweg“ über die empirischen Formeln gewählt, weil die einzelnen Eingangsparameter leichter abgeschätzt werden können, als die Gesamtmasse selbst. Dennoch ist auch diese Abschätzung ungenau, weshalb nachfolgend trotzdem eine Normalverteilung für die kombinierte Leitwerksmasse angenommen wird. Das entsprechende Histogramm mit der an dieser Stelle vorausgesetzten eingetragenen Normalverteilung findet sich in Abbildung 5.4 und die Leitwerksmasse quantifiziert sich zu

$$m_{TP} = 840,82 \text{ kg} \pm 150,13 \text{ kg} \rightarrow v_{TP} = 17,85 \% \quad (5.7)$$

#### Nutzlastmasse

Auch für die Nutzlastmasse wird das Vorgehen wiederholt, wobei die Formeln hierbei analytischer Natur sind. Die Passagiermasse ist abhängig davon, wie viele Passagiere laut TLARs mitgenommen werden sollen. Da dies festgelegt ist, kommt die Variation über die Masseannahme pro Passagier. Auch die Frachtmasse ist in den TLARs definiert, soll aber an dieser Stelle als leicht variabel angenommen werden. Die Passagiermasse berechnet sich durch

$$m_{PAX} = n_{PAX} \cdot m_{1PAX} \quad (5.8)$$

mit

- Anzahl der Passagiere  $n_{PAX} = 154$
- Masse pro Passagier  $m_{1PAX} = 92 \dots 98 \text{ kg}$  (95 kg)
- Frachtmasse  $m_{cargo} = 3800 \dots 4200 \text{ kg}$  (4000 kg)

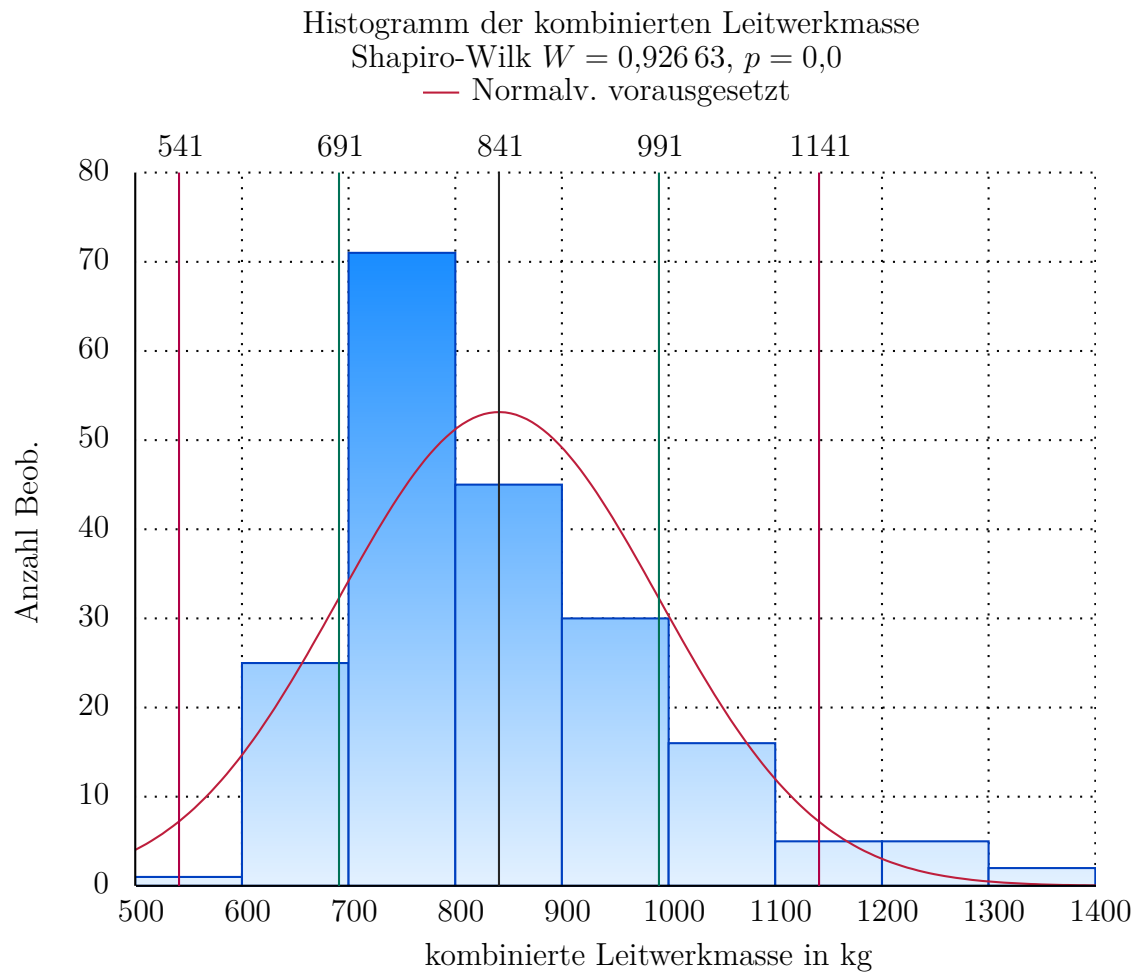


Abbildung 5.4: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Leitwerkmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

Eine Korrektur ist nicht erforderlich, da die Berechnungen nicht empirischer Natur sind. Auch hier kann eine Normalverteilung angenommen werden und es ergibt sich folgende Quantifizierung (Histogramm und Dichtefunktion in Anhang A.2):

$$m_{PL} = 18\,629,90 \text{ kg} \pm 299,73 \text{ kg} \rightarrow v_{PL} = 1,61 \% \quad (5.9)$$

#### Masse am Triebwerk

Die Masse am Triebwerk setzt sich aus der Triebwerksmasse und der Pylonenmasse zusammen. Die empirischen Formeln hierfür sind aus Dorbath und Gaida [DG13, S. 13/15] entnommen.

$$m_{Pylon} = n_{engine} \cdot 0,0131 \cdot S_{TO}^{0,8806} \quad (5.10)$$

$$m_{engine} = n_{engine} \cdot 0,2953 \cdot S_{TO}^{0,8063} \quad (5.11)$$

Die Variablen werden dabei in folgenden Bereichen angenommen:

- Anzahl der Triebwerke  $n_{engine} = 2$
- Schub beim Start  $S_{TO} = 105\,000 \dots 115\,000 \text{ N}$  (109 707 N)

Um auf die Ergebnisse der Basisversion zu gelangen, werden folgende Korrekturfaktoren verwendet.

$$\begin{aligned} K_{pylon} &= 4 \\ K_{engine} &= 1,167 \end{aligned}$$

Die Überprüfung auf Normalverteilung ergibt eine Ablehnung, da nur ein W-Wert von 0,95463 bzw. ein p-Wert von 0,00001 erreicht wird. Dies liegt aber daran, dass tatsächlich nur ein Eingangsparameter variiert wird und diesem eine Rechteckverteilung zu Grunde liegt. Eine ebenfalls rechteckige Verteilung des Ausgangsparameters ist folglich zu erwarten. In der Realität ist eine solche Rechteckverteilung für die Triebwerksmasse allerdings unrealistisch, weshalb nachfolgend vereinfacht eine Normalverteilung angenommen wird. Die entsprechende vorausgesetzte Normalverteilung findet sich zusammen mit dem Histogramm in Abbildung 5.5. Die Quantifizierung der Triebwerksmasse zeigt Gl. 5.12.

$$m_{EP} = 10\,884,89 \text{ kg} \pm 236,48 \text{ kg} \rightarrow v_{EP} = 2,17 \% \quad (5.12)$$

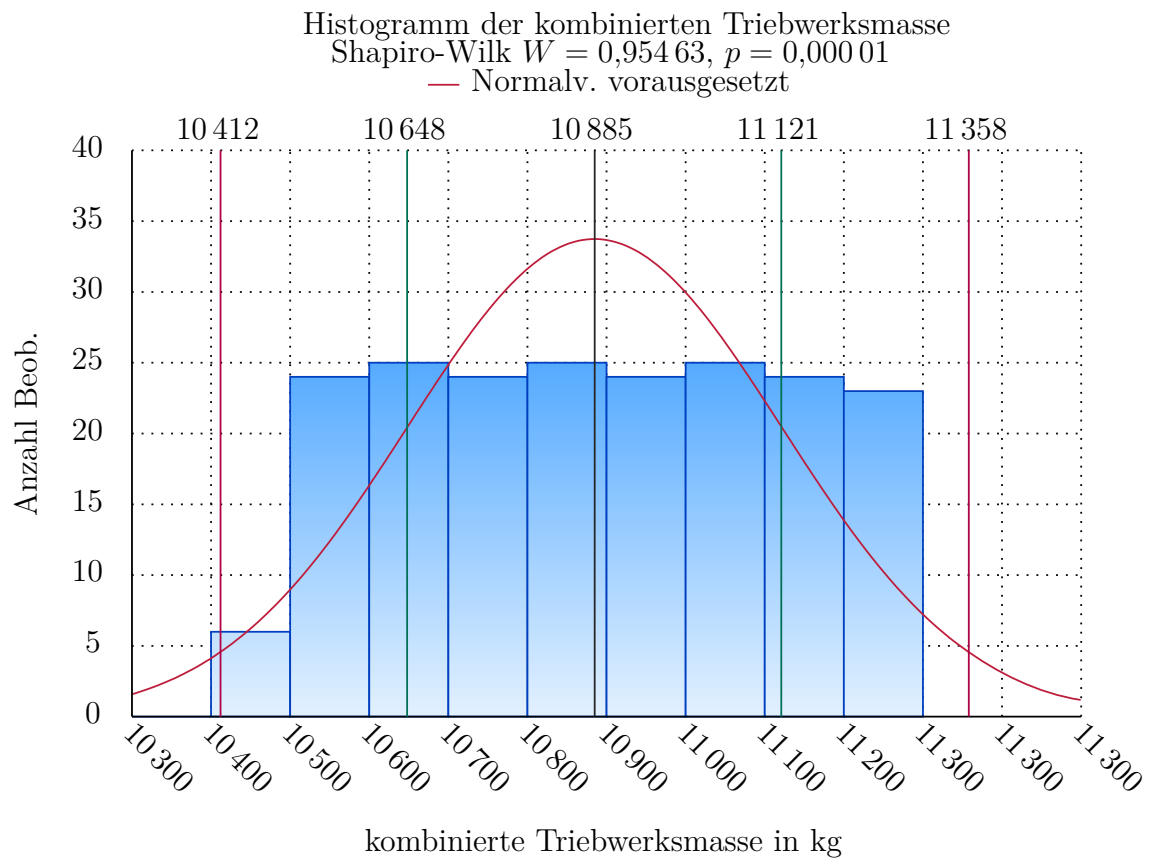


Abbildung 5.5: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die kombinierte Triebwerksmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

### Masse im Rumpf

Die kombinierte Rumpfmasse besteht aus der Rumpfstrukturmasse, der Möbelmasse, der Systemmasse, der operationellen Masse und der Haupt- und Bugfahrwerkmasse. Hierfür sind die empirischen Formeln der Gl. 5.13 - 5.16 aus Dorbath und Gaida [DG13, S. 5/17/19/21] und die Gl. 5.17 und 5.18 aus Raymer [Ray92, S. 403] entnommen. Bei den Formeln nach Raymer müssen die Variablen wieder in pd, rad, ft und ft<sup>2</sup> eingesetzt werden.

$$m_{fus} = 12,7 \cdot (l_{fus} \cdot d_{fus})^{1,2982} \cdot \frac{\overbrace{\max(h_{fus}, w_{fus})}^1}{d_{fus}} \cdot \left( 1 - \left[ -0,008 \cdot \left( \frac{l_{fus}}{d_{fus}} \right)^2 + 0,1664 \cdot \left( \frac{l_{fus}}{d_{fus}} \right) - 0,8501 \right] \right) \quad (5.13)$$

$$m_{fur} = 200 + 3,35 \cdot (l_{fus} \cdot d_{fus})^{1,3368} \quad (5.14)$$

$$m_{sys} = 42,059 \cdot (l_{fus} \cdot d_{fus})^{0,9414} \quad (5.15)$$

$$m_{oper} = 32,907 \cdot n_{PAX}^{1,021} \quad (5.16)$$

$$m_{mlg} = 0,0106 \cdot K_{mp} \cdot m_{MLM}^{0,888} \cdot n_{l,ult}^{0,25} \cdot L_{mlg}^{0,4} \cdot n_{m,wheel}^{0,321} \cdot n_{m,ss}^{-0,5} \cdot v_{stall}^{0,1} \quad (5.17)$$

$$m_{nlg} = 0,032 \cdot K_{np} \cdot m_{MLM}^{0,646} \cdot n_{l,ult}^{0,2} \cdot L_{nlg}^{0,5} \cdot n_{n,wheel}^{0,45} \quad (5.18)$$

Die Bereiche der Variablen sind wie folgt gewählt:

- Rumpflänge  $l_{fus} = 36 \dots 39$  m (37,5 m)
- Rumpfdurchmesser  $d_{fus} = 3,7 \dots 4,2$  m (4 m)
- Passagierzahl  $n_{PAX} = 150 \dots 158$  (154)
- Faktor für Art des Hauptfahrwerks  $K_{mp} = 1$
- max. Landemasse  $m_{MLM} = 58\,000 \dots 63\,000$  kg (60 500 kg)
- Bruchlastvielfaches des Fahrwerks  $n_{l,ult} = 3$
- Länge des Hauptfahrwerks  $L_{mlg} = 1 \dots 1,7$  m (1,3 m)
- Anzahl Räder des Hauptfahrwerks  $n_{m,wheel} = 6 \dots 10$  (8)
- Anzahl Stoßbeine des Hauptfahrwerks  $n_{m,ss} = 3 \dots 5$  (4)

- Strömungsabrissgeschwindigkeit  $v_{stall} = 100 \dots 130 \text{ km/h}$  (115 km/h)
- Faktor für Art des Bugfahrwerks  $K_{np} = 1$
- Länge des Bugfahrwerks  $L_{nlg} = 0,7 \dots 1,3 \text{ m}$  (1 m)
- Anzahl Räder des Bugfahrwerks  $n_{n,wheel} = 2 \dots 4$  (2)

Um Übereinstimmung mit den Werten der Basiskonfiguration zu erhalten, werden die Gl. 5.13 - 5.18 mit folgenden Korrekturfaktoren versehen:

$$\begin{aligned}
 K_{fus} &= 1,127 \\
 K_{furn} &= 0,96 \\
 K_{sys} &= 1,024 \\
 K_{oper} &= 0,854 \\
 K_{mlg} &= 1,324 \\
 K_{nlg} &= 1,094
 \end{aligned}$$

Unter Zuhilfenahme der empirischen Formeln, den angegebenen Bereichen und den Korrekturfaktoren berechnet sich so eine Normalverteilung für die kombinierte Rumpfmasse von

$$m_{FUS} = 24\,380,45 \text{ kg} \pm 963,25 \text{ kg} \rightarrow v_{FUS} = 3,95 \% \quad (5.19)$$

Die entsprechende graphische Darstellung findet sich in Anhang A.2.

Zusammenfassend sind die quantifizierten Massenunsicherheiten nochmal in den Gl. 5.20 - 5.24 dargestellt:

$$m_{WSF} = 18\,022,05 \text{ kg} \pm 1413,03 \text{ kg} \rightarrow v_{WSF} = 7,84 \% \quad (5.20)$$

$$m_{TP} = 840,82 \text{ kg} \pm 150,13 \text{ kg} \rightarrow v_{TP} = 17,85 \% \quad (5.21)$$

$$m_{PL} = 18\,629,90 \text{ kg} \pm 299,73 \text{ kg} \rightarrow v_{PL} = 1,61 \% \quad (5.22)$$

$$m_{EP} = 10\,884,89 \text{ kg} \pm 236,48 \text{ kg} \rightarrow v_{EP} = 2,17 \% \quad (5.23)$$

$$m_{FUS} = 24\,380,45 \text{ kg} \pm 963,25 \text{ kg} \rightarrow v_{FUS} = 3,95 \% \quad (5.24)$$



### 5.3.2 Quantifizierung der isotropen Materialkennwerte

Bei den Materialwerten stellte sich die Zugfestigkeit  $R_m$ , die Dichte  $\rho$  und die Elastizitätsmodul  $E$  als sensitiv heraus. Daher müssen die Unsicherheiten dieser drei Parameter für die vier verwendbaren isotropen Werkstoffe (Al2024, Al7075, Al7150 und Titan) bestimmt werden. Die Quantifizierung der orthotropen Werkstoffkennwerte wird in Kapitel 5.3.3 durchgeführt.

#### Zugfestigkeit $R_m$

Zur Quantifizierung der Unsicherheit der Zugfestigkeit wird eine Rückrechnung der in Handbüchern angegebenen A- und B-Werte vorgenommen, da diesen bereits eine Verteilung zu Grunde liegt. Die A- und B-Werte bezeichnen Quantil-Werte der Normalverteilung, geben also Grenzwerte an, bei denen sicher ist, dass eine bestimmte Prozentzahl der zu erwartenden Werte darüber ( $X \geq U$ ), darunter ( $X \leq O$ ) oder dazwischen ( $U \leq X \leq O$ ) liegt. Die Grenzen berechnen sich laut LTH [LTH13, Kap. HSB4200-02, S. 13] zu

$$\text{einseitige Grenze: } U = O = \mu \pm k_{(\alpha,n)} \cdot \sigma \quad (5.25)$$

$$\text{zweiseitige Grenze: } U = O = \mu \pm k'_{(\alpha,n)} \cdot \sigma \quad (5.26)$$

Die Variablen  $k$ , bzw.  $k'$  sind abhängig von der Verteilungsform, vom gewünschten Vertrauensniveau  $\alpha$  (90 %, 95 %, 99 % und 99,9 %) und von der Anzahl der Stichproben  $n$ . Sie werden aus Graphen [LTH13, Kap. HSB4200-02, S. 17/18] bzw. Tabellen [MIL98, S. 9-234f.] entnommen. Die Formeln zur Berechnung des A- bzw. B-Wertes als einseitige Grenze ergeben sich demnach zu

$$A = \mu - k_{(\alpha=0,99,n)} \cdot \sigma \quad (5.27)$$

$$B = \mu - k_{(\alpha=0,95,n)} \cdot \sigma \quad (5.28)$$

Diese Formeln können umgestellt werden, sodass sich der Mittelwert und die Standardabweichung berechnen lassen.

$$\sigma_{(n)} = \frac{A - B}{k_{(\alpha=0,95,n)} - k_{(\alpha=0,99,n)}} \quad (5.29)$$

$$\mu_{(n)} = B + \left( k_{(\alpha=0,95,n)} \cdot \sigma_{(n)} \right) \quad (5.30)$$

Da die A- und B-Werte, sowie das Vertrauensniveau  $\alpha$  bekannt sind, gibt es noch drei Unbekannte: den Mittelwert  $\mu$ , die Standardabweichung  $\sigma$  und die Anzahl der Stichproben  $n$ . Da allerdings nur zwei Gleichungen vorhanden sind, muss noch eine Variable

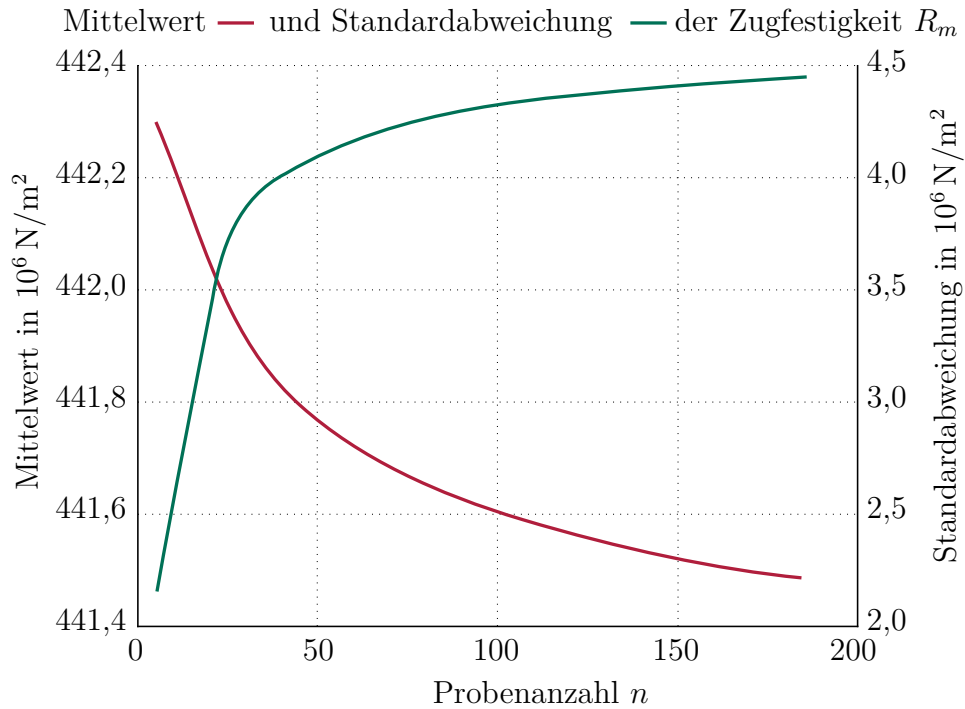


Abbildung 5.6: Verlauf von berechnetem Mittelwert und Standardabweichung nach Gl. 5.27 und 5.28 über der Stichprobenanzahl  $n$

bestimmt werden. Hier bietet es sich an, den Verlauf von Mittelwert und Standardabweichung als Verlauf über die Anzahl der Stichproben aufzutragen, um daraus die Anzahl an Stichproben für den  $k$ -Faktor abzuschätzen. Abbildung 5.6 zeigt einen solchen Verlauf für die Aluminiumlegierung Al2024. Unter der Annahme, dass die Proben für den Materialhersteller nicht sonderlich teuer sind, aber dennoch nicht mehr gemacht werden sollten als nötig, wird eine Stichprobenanzahl von  $n = 100$  angenommen. Ab einer Stichprobenanzahl von 100 verändern sich Mittelwert und Standardabweichung nur noch marginal und können somit als konstant angenommen werden. Die  $k$ -Faktoren für die einseitige Grenze sind folglich

$$k_{(\alpha=0,99,n=100)} = 2,684 \quad (5.31)$$

$$k_{(\alpha=0,95,n=100)} = 1,526\,99 \quad (5.32)$$

Somit bestimmen sich die Mittelwerte und Standardabweichungen für die vier isotropen Materialien nach den Gl. 5.29 und 5.30 wie in Tabelle 5.5 angegeben.

Tabelle 5.5: Rückrechnung der A- und B-Werte isotroper Materialien auf Mittelwert und Standardabweichung (A- und B- Werte aus LTH [LTH13, Kap. HSB12512/12513])

Material	A-/B-Wert	Mittelwert $\mu$	Standard- abweichung $\sigma$	Variations- koeffizient $v$
Al2024	A-Wert: $430 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ B-Wert: $435 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$441,6 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$4,3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	0,97 %
Al7075	A-Wert: $455 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ B-Wert: $490 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$536,2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$30,3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	5,65 %
Al7150	A-Wert: $580 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ B-Wert: $600 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$626,4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$17,3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	2,76 %
Titan	A-Wert: $960 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ B-Wert: $985 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$1018 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$21,6 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	2,12 %

#### Elastizitätsmodul $E$

Für das Elastizitätsmodul  $E$  ist das Verfahren der Rückrechnung der A- und B-Werte nicht anzuwenden, da es nicht in solchen Quantilen angegeben wird. Um das E-Modul zu quantifizieren, muss folglich eine andere Methode angewendet werden. Weißmüller und Frenz [WF13] haben in diesem Zusammenhang die Messunsicherheit des Elastizitätsmodul an Stahl untersucht. Dem entsprechenden Artikel ist zu entnehmen, dass ein Labor eine Messgenauigkeit von  $186\,900 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \pm 5700 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$  bei 95 %-iger Aussagesicherheit erreichen konnte [WF13, S. 4]. Basierend darauf lässt sich die Aussage treffen, dass die Standardabweichung in diesem Fall  $\sigma_{\text{Stahl}} = 2850 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$  bzw. einem Variationskoeffizienten von  $v_{\text{Stahl}} = 1,52 \%$  entspricht.

Für diese Arbeit wird nun angenommen, dass der Variationskoeffizient auf andere isotrope Werkstoffe übertragen werden kann und dass die Messunsicherheit der Gesamtunsicherheit der Steifigkeit bzw. dem Elastizitätsmodul  $E$  entspricht. Dadurch ergeben sich die in Tabelle 5.6 dargestellten Mittelwerte und Standardabweichungen.

#### Dichte $\rho$

Für die Dichte  $\rho$  wird ein ähnliches Vorgehen gewählt, wie für den Elastizitätsmodul  $E$ . Anhand von Datenblättern [TW15] lässt sich eine Unsicherheit der Dichte von Neusilber von  $170 \text{ kg/m}^3$  bei einem Mittelwert von  $8600 \text{ kg/m}^3$  bestimmen. Vorausgesetzt

diese Unsicherheit entspricht der einfachen Standardabweichung, ergibt sich so ein Variationskoeffizient von  $v_{Silber} = 1,98\%$ . Übertragen auf die Dichten der hier verwendeten Materialien ergeben sich die in Tabelle 5.7 dargestellten Mittelwerte und Standardabweichungen.

Tabelle 5.6: Übersicht über Mittelwert und Standardabweichung des Elastizitätsmoduls verschiedener Materialien

Material	Mittelwert $\mu$	Standardabweichung $\sigma$	Variationskoeffizient $v$
Al2024	$73\,800 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$1124 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	1,52 %
Al7075	$71\,000 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$1082 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	1,52 %
Al7150	$71\,000 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$1082 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	1,52 %
Titan	$103\,200 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$1573 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	1,52 %

Tabelle 5.7: Übersicht über Mittelwert und Standardabweichung der Dichte verschiedener Materialien

Material	Mittelwert $\mu$	Standardabweichung $\sigma$	Variationskoeffizient $v$
Al2024	$2800 \text{ kg/m}^3$	$55 \text{ kg/m}^3$	1,96 %
Al7075	$2800 \text{ kg/m}^3$	$55 \text{ kg/m}^3$	1,96 %
Al7150	$2800 \text{ kg/m}^3$	$55 \text{ kg/m}^3$	1,96 %
Titan	$4500 \text{ kg/m}^3$	$90 \text{ kg/m}^3$	2,00 %

Tabelle 5.8: Testdaten der Zugsteifigkeit in Längsrichtung  $E_{z,p}$  der DLR-internen Materialtests orthotroper Werkstoffe (in  $10^6 \text{ N/m}^2$ )

	Projekt 1	Projekt 2	Projekt 3	Projekt 4	Projekt 5
Anzahl Stichproben	6	7	12	11	7
Mittelwert $\mu$	175 322	164 135	192 260	182 544	174 414
Standard- abweichung $\sigma$	2422	5071	2250	12 944	2338

### 5.3.3 Quantifizierung der orthotropen Materialkennwerte

Für die Quantifizierung der Unsicherheiten der Materialwerte von orthotropen Werkstoffen kann auf intern beim DLR durchgeführte Materialtests zurückgegriffen werden. Diese wurden im Verlauf mehrerer Projekte (d. h. mehrerer Jahre) zur Bestimmung der Werkstoffkennwerte durchgeführt und die Daten sollen nun der Quantifizierung von Unsicherheiten dienen. Das Faserverbundmaterial ist dabei das Prepreg IM7/8552. Es wird davon ausgegangen, dass die Unsicherheiten in Form des Variationskoeffizienten prinzipiell auf andere orthotrope Werkstoffe (wie das im Modell verwendete T300-15k) übertragbar sind.

Die Testwerte sind beispielhaft für die Zugsteifigkeit parallel zur Faser in Tabelle 5.8 dargestellt. Bei näherer Betrachtung fallen zwei Dinge auf: Zum Einen sind die Stichprobengrößen klein und zum Anderen unterscheiden sich vor allem die Mittelwerte und, in begrenztem Umfang, auch die Standardabweichungen deutlich voneinander. Dies ist in Abbildung 5.7 zusätzlich grafisch dargestellt. Daraus folgt die Erkenntnis, dass es aufgrund der großen Streuung in den Testdaten zu Verfälschungen bei der Quantifizierung kommen könnte. Darum soll nun zuerst die Annahme getestet werden, ob die Testdaten aus der gleichen Grundgesamtheit stammen. Hierfür wird der Kruskal-Wallis-Test verwendet, der ausführlich im LTH [LTH13, Kap. HSB4200-03, S. 8/9] beschrieben ist. Der Test überprüft, ob ein Unterschied zwischen den zentralen Tendenzen mehrerer Grundgesamtheiten besteht [Zur16].

Durch den Test berechnet sich ein Vergleichswert  $H$ , der kleiner sein muss als der entsprechende Quantilwert  $H_{krit} = \chi^2_{1-\alpha, (m-1)}$  der  $\chi^2$ -Verteilung, um die Hypothese auf Zusammenfassbarkeit anzunehmen. Der Freiheitsgrad der  $\chi^2$ -Verteilung ist hierbei die Anzahl der Gruppen  $m - 1$ . Das gewünschte Signifikanzniveau wird hier mit  $\alpha = 0,05$  festgelegt.

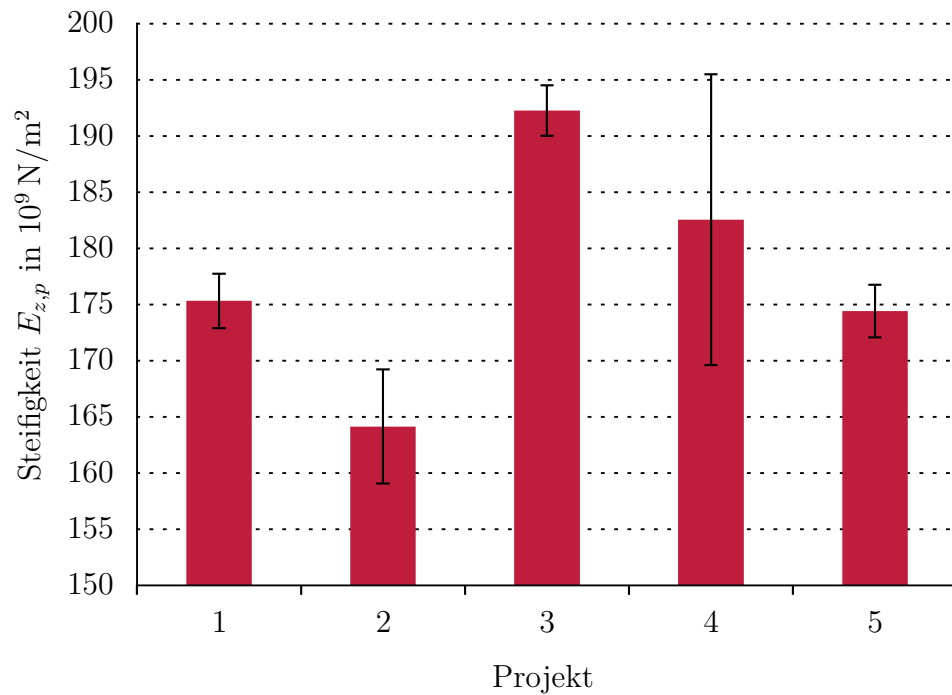


Abbildung 5.7: Mittelwerte und Standardabweichungen der Zugsteifigkeit in Längsrichtung  $E_{z,p}$  verschiedener Projekte

Für die Testdaten aus Tabelle 5.8 ergibt sich ein  $H = 35,96$  mit einem  $H_{krit} = 9,488$ . Die Annahme auf eine gleiche Grundgesamtheit der Daten ist demnach zu verwerfen. Für weitere Testergebnisse, wie z. B. die Zugsteifigkeit senkrecht zur Faser  $E_{z,s}$  oder die Druckfestigkeit längs zur Faser  $R_{z,p}$ , ist die Zusammenfassbarkeit der Testdaten ebenfalls nicht gegeben. Dies kann mehrere Gründe haben, die nachfolgend kurz diskutiert werden.

Die Problematik bei orthotropen Werkstoffen liegt darin, dass es sowohl in der Fertigung, als auch in der Prüfung, viele Faktoren gibt, welche die Materialkennwerte beeinflussen. In einem Fachgespräch konnte die folgende grobe Übersicht über Unsicherheiten bei orthotropen Werkstoffen erarbeitet werden. In der Fertigung gibt es bedingt durch das Herstellungsverfahren diverse Unsicherheiten:

- Wird der Verbund im Autoklav-Ofen ausgehärtet oder in einem normalen?
- Ist der Faservolumengehalt immer der gleiche?
- Liegen die Fasern tatsächlich im gewünschten Winkel?
- Sind die Aufleimer korrekt aufgebracht und vollständig verbunden?
- Wird der Verbund bei Raumtemperatur ausgehärtet oder im Ofen?

Zusätzlich ergeben sich weitere Unsicherheitsquellen durch das Prüfverfahren:

- Welche Vorrichtung wird verwendet?
- Nach welcher Norm wird geprüft?
- Welche Messmethode wird angewandt?
- Wie sind die äußeren Testbedingungen (Klima)?
- Wann wurde das Prüfwerkzeug zuletzt kalibriert?
- Wie ist der Spanndruck und welches Spannwerkzeug wird verwendet?
- Wie ist die Einspannlänge gewählt?
- Welche Auswertungsmethode wird herangezogen (Tangentenmodul, Sekantenmodul, usw.)?

Aus dieser groben Auflistung lässt sich die Vielfalt abschätzen, die zu Streuung in den Testdaten führen kann. Da es in der zur Verfügung stehenden Zeit nicht möglich ist nachzuvollziehen, welche Gründe genau zur Unterscheidung der hier betrachteten Stichprobenmengen geführt haben, wird ein allgemeiner Ansatz zur Auswahl und Quantifizierung der Testdaten gewählt.

Es wird nachfolgend davon ausgegangen, dass zumindest innerhalb der jeweiligen Projekte die physikalischen Fertigungs- und Testbedingungen konstant waren (d. h. gleicher Faservolumengehalt, gleiche Messnorm, usw.). Infolgedessen kann die Behauptung aufgestellt werden, jegliche Variation innerhalb eines Projektes käme durch zufällige Einflüsse zustande und lasse sich durch die in Kapitel 2.4 beschriebenen statistischen Methoden beschreiben. Die einzelnen Stichprobenmengen müssten damit der Hypothese auf eine Verteilungsform (schätzungsweise einer Normalverteilung) standhalten. Dies wiederum würde bedeuten, wenn mehrere Projekte als normalverteilt angenommen werden können,

sollten bei gleichem Material auch gleiche bzw. ähnliche Standardabweichungen herauskommen. Dies lässt sich z. B. mit Hilfe des Bartlett-Tests überprüfen. Sofern die Grundgesamtheiten normalverteilt sind und die Standardabweichungen zwischen den Projekten als gleich angenommen werden dürfen, kann die Gesamtstandardabweichung des Materialkennwerts vereinfacht durch das arithmetische Mittel der einzelnen Standardabweichungen gebildet werden. Als Gesamtmittelwert ließe sich so ebenfalls das arithmetische Mittel der projektbezogenen Mittelwerte nehmen. Hierbei sollte allerdings keine Wertung aufgrund der Stichprobenmenge erfolgen, da keine Aussage darüber gemacht werden kann, welche Stichprobenmenge das tatsächliche Ergebnis am Besten darstellt. Dieses Vorgehen soll am Beispiel der Zugsteifigkeit parallel zur Faser gezeigt werden.

Um zu überprüfen, ob die Variationen projektübergreifend ähnlich sind, gibt das LTH [LTH13, Kap. HSB4200-03] mit dem Bartlett-Test eine Möglichkeit vor, welche die Varianzen aus verschiedenen Stichprobenmengen vergleicht und eine verlässliche Aussage darüber liefert, ob die Standardabweichungen der verschiedenen Grundgesamtheiten als gleich angenommen werden können. Hierfür wird zuerst die Varianz der einzelnen Stichprobenmengen nach Gl. 2.6 berechnet. Diese wird zum gemeinsamen Schätzwert der Varianz  $\sigma_{ges}^2$  aufsummiert, wobei  $m$  die Anzahl der Grundgesamtheiten ist.

$$\sigma_{ges}^2 = \frac{\sum^m (n_j - 1) \cdot \sigma_j^2}{N - m} \quad \text{mit} \quad N = \sum_1^m n_j \quad (5.33)$$

Der Vergleichswert  $B_\sigma$  berechnet sich nach Gl. 5.34 und muss kleiner sein als der Quantilwert  $\chi_{1-\alpha, (m-1)}^2$  der  $\chi^2$ -Verteilung.

$$B_\sigma = \frac{(N - m) \cdot \ln(\sigma_{ges}^2) - \sum^m ((n_j - 1) \cdot \ln(\sigma_j^2))}{1 + \left( \sum^m \left( \frac{1}{n_j - 1} \right) - \frac{1}{N - m} \right) / (3(m - 1))} \quad (5.34)$$

Voraussetzung für die Anwendung des Tests ist dabei eine Normalverteilung der Grundgesamtheiten. Für das Beispiel der Zugsteifigkeit  $E_{z,p}$  ergibt sich bei Anwendung des Shapiro-Wilk-Tests aus Kapitel 2.4 für die Stichprobenmengen aus den Projekten 1, 2, 3 und 5 eine Annahme der Hypothese auf Normalverteilung. Projekt 4 wird folglich für die Quantifizierung der Zugsteifigkeit  $E_{z,p}$  nicht mehr berücksichtigt. Eine Berechnung des Vergleichskriterium auf gleiche Standardabweichung ergibt für die vier verwendbaren Projekte einen Wert von  $B_\sigma = 6,86$  bei einem Annahmekriterium von  $B_{krit} = \chi_{0,95, (3)}^2 = 7,815$ . Es darf demnach davon ausgegangen werden, dass die Standardabweichungen gleich sind.



Tabelle 5.9: Quantifizierung der orthotropen Materialkennwerte

Kennwert	Verwendete Projekte	Mittelwert $\mu$	Standardabweichung $\sigma$	Variationskoeffizient $v$
$E_{z,p}$	1, 2, 3 und 5	$176\,533 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$3020 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	1,71 %
$E_{d,p}$	1, 2, 3, 4 und 5	$148\,194 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$3675 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	2,48 %
$E_{z,s}$	1, 2 und 3 <sup>1</sup>	$9317 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$281 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	3,01 %
$E_{d,s}$	1, 2, 3 und 5 <sup>2</sup>	$9470 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$466 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	4,92 %
$G$	1, 3, 4 und 5	$5752 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$98 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	1,87 %
$R_{z,p}$	1, 2, 4 und 5	$2315 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$122 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	5,27 %
$R_{d,p}$	2, 3, 4 und 5	$1147 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$80 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	6,96 %
$R_{z,s}$	1, 2, 3 und 5	$46 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	17,12 %
$R_{d,s}$	1 und 3 <sup>3</sup>	$260 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$16 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	6,31 %
$\tau$	1, 4 und 5	$131 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	1,76 %
$\rho_{CM}$	–	$1600 \text{ kg/m}^3$	$24 \text{ kg/m}^3$	1,5 %

<sup>1</sup> Projekt 5 wurde aufgrund einer auffallend anderen Standardabweichung trotz annehmbarer Normalverteilung ausgeschlossen

<sup>2</sup> Projekt 4 wurde aufgrund einer auffallend anderen Standardabweichung trotz annehmbarer Normalverteilung ausgeschlossen

<sup>3</sup> Projekte 4 und 5 wurden aufgrund einer auffallend anderen Standardabweichung trotz annehmbarer Normalverteilung ausgeschlossen

Um nun einen abschließenden Mittelwert mit Standardabweichung für den jeweiligen Materialkennwert zu bestimmen, wird aus den jeweiligen Mittelwerten und Standardabweichungen der angenommenen Projekte das arithmetische Mittel gebildet. Hierbei sollen die Stichprobenmengen unberücksichtigt bleiben, da keine Aussage darüber gemacht werden kann, welches der Projekte das tatsächliche Ergebnis genauer wiedergibt. Das Ziel der durchgeführten Maßnahmen, eine Verteilung mit Mittelwert und Standardabweichung zu ermitteln, kann auf diese Weise erreicht werden. Das Vorgehen lässt sich auf alle zu quantifizierenden orthotropen Materialkennwerte anwenden, wodurch die Quantifizierung der unsicheren Parameter in Tabelle 5.9 abgeschlossen wird. Die Dichte des Materials wurde bei den Testversuchen nicht ermittelt, weshalb an dieser Stelle vereinfacht ein Variationskoeffizient von  $v_{\rho,CM} = 1,5 \%$  angenommen wird.

Das hier beschriebene Vorgehen hat den Vorteil, dass auch mit wenigen vorhandenen Hintergrundinformationen eine Quantifizierung der Unsicherheiten möglich ist. Es beruht dabei allerdings auf sehr vielen Annahmen; die Test- und Fertigungsbedingungen sollten nach Möglichkeit ermittelt werden und für zukünftige Tests wäre eine große Studie mit

gleichen Bedingungen wünschenswert. In dieser Arbeit ist der Test auf Normalverteilung aufgrund der geringen Stichprobenmenge von teilweise nur fünf oder sechs Stichproben fehleranfällig. Zudem werden bei dieser Variante eventuell Testdaten ausgeschlossen, die zu einer akkuraten Bestimmung der Unsicherheiten notwendig wären. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Vorgehen dennoch für ausreichend befunden, da es lediglich um die grundlegende Untersuchung von Unsicherheiten im Strukturentwurf geht.

# 6 Analyse der Unsicherheiten

Nachdem in den Kapiteln 2 bis 5 die Voraussetzungen für die Analyse der Gesamtunsicherheiten im Flugzeugentwurf erklärt, sowie die einflussreichsten unsicheren Parameter herausgearbeitet und quantifiziert wurden, sollen nun die tatsächlichen Auswirkungen der Unsicherheiten auf die Primärstrukturmasse untersucht werden. Hierbei wird zuerst die Gesamtergebnisunsicherheit der einzelnen Primärstrukturbauteile analysiert, um anschließend ein Beispiel dafür zu geben, wie die Untersuchung einer Szenario-Unsicherheit aussehen kann. Abschließend werden in Kapitel 6.3 die Auswirkungen von reinen Materialunsicherheiten am Beispiel orthotroper Werkstoffe untersucht.

## 6.1 Ergebnisunsicherheit im Strukturentwurf

Um die Auswirkungen der Unsicherheiten der Eingangsparameter auf die Ergebnisse der Primärstrukturmasse zu bestimmen, sollen mehrere Berechnungen der Primärstrukturmasse durchgeführt werden. Bei jeder Berechnung werden die Eingangsparameter dabei entlang ihrer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion variiert, sodass eine Folgeverteilung der Primärstrukturmassenergebnisse berechnet werden kann. Die Eingangsparameter werden dabei alle gleichzeitig variiert.

Im Gegensatz zur vereinfachten Annahme in der Sensitivitätsanalyse, bei der alle Flugzeugkomponenten mit dem Material Al2024 angenommen wurden, werden dem Modell bei dieser Analyse die Materialien Al2024 und Al7075 zugewiesen. Dies dient der besseren Abbildung des realen Strukturentwurfs, da hierbei auch mehrere Werkstoffe zum Einsatz kommen. Die beiden Materialien wurden ausgewählt, da sie, bezogen auf die Festigkeit, die größte (Al7075) und kleinste Unsicherheit besitzen. Auf eine Verwendung von Faserverbundmaterialien bei verschiedenen Bauteilen wurde an dieser Stelle bewusst verzichtet, da dieser Fall in Kapitel 6.3 gesondert betrachtet wird. Der im Programm RCE verwendete Workflow zur Ermittlung der Ergebnisunsicherheiten ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Zuerst wird ein Input-File eingelesen, welches alle Geometrien sowie die

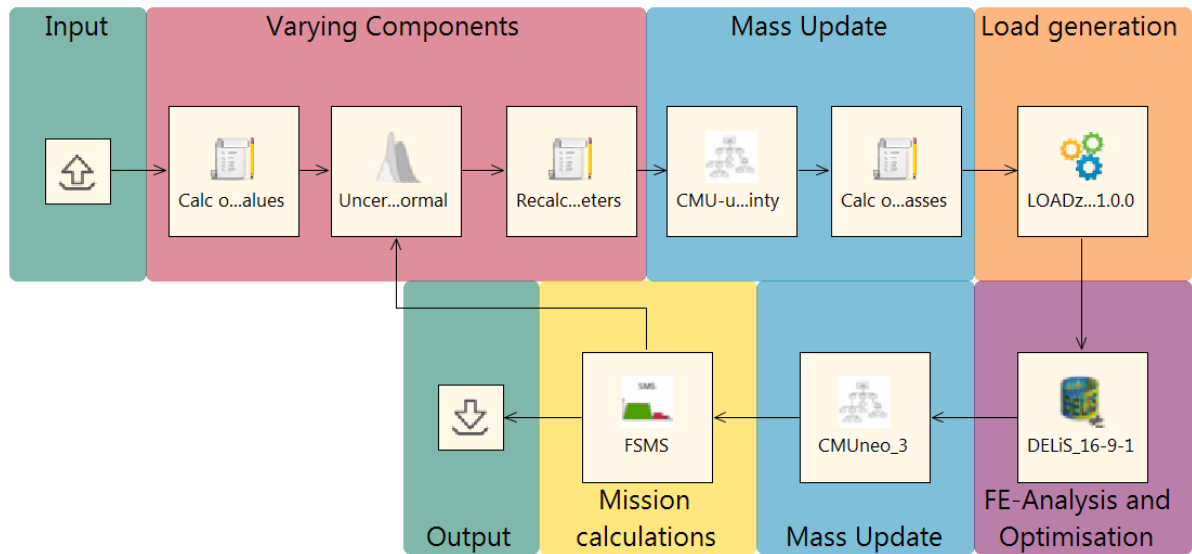


Abbildung 6.1: Workflow zur abschließenden Ergebnisunsicherheitsuntersuchung

nötigen Informationen für die einzelnen Werkzeuge beinhaltet. Im zweiten Feld „Varying Components“ werden im Skript zunächst bestimmte Parameter umgerechnet, da z. B. der Elastizitätsmodul nicht als Ingenieurkonstante angegeben wird, sondern in CPACS in Form der Steifigkeitsmatrix hinterlegt ist. Außerdem werden die Massen zusammenaddiert, um sie entsprechend der Quantifizierung in Kapitel 5.3.1 verändern zu können. Anschließend werden in der uncertainty-Komponente die Kennwerte der verwendeten Materialien, sowie die Massen entlang ihrer Verteilungsdichtefunktion variiert. Daraufhin werden die vorher berechneten Werte im Skript wieder zurückgerechnet und die variierten kombinierten Massen auf die jeweiligen Einzelmassen umgerechnet. Im dritten Feld „Mass Update“ werden die variierten Massen neu zusammenaddiert, um eine aktuelle Betriebsleermasse zu berechnen. Da das Werkzeug „CMU“ keine Neuberechnung der Design-Massen  $m_{TOM}$  bzw.  $m_{ZFM}$  vornimmt, diese aber zur Lastengenerierung wichtig sind, geschieht dies im nachgestellten Skript. Im Feld „Load generation“ werden daraufhin die Lasten, basierend auf den aktuellen Massen und gegebenen Lastdefinitionen, berechnet und anschließend an DELiS übergeben, welches die FE-Analyse startet. Wie in den Kapiteln 3.4 und 5.3.1 erklärt, werden die Berechnungen nicht-iterativ ausgeführt, da andernfalls die Massenquantifizierungen für jede Iterationsstufe erneut vollführt werden müssten und zudem die Eingangsmassen für die nachfolgende Rechnung aufgrund der fehlenden Sekundärstrukturmasse nicht korrekt sind. Nach der FE-Analyse wird erneut eine Massenaktualisierung durchgeführt. Zum Ende wird eine

Tabelle 6.1: Ergebnisunsicherheiten der Primärstruktur

Primärstruktur- masse	Mittelwert $\mu$	Standard- abweichung $\sigma$	Variations- koeffizient $v$	Verteilungsform
Gesamtmasse	9627 kg	153 kg	1,59 %	Normalverteilung
Rumpfmasse	6257 kg	116 kg	1,86 %	Normalverteilung
Flügelmasse	2452 kg	46 kg	1,86 %	Normalverteilung
Strutmasse	354 kg	31 kg	8,79 %	Lognormalverteilung
Höhenleitwerk- masse	327 kg	5 kg	1,67 %	Normalverteilung
Seitenleitwerk- masse	238 kg	4 kg	1,77 %	Normalverteilung

Missionsanalyse vorgenommen, welche anhand der neuen Massen und der in den TLARs festgelegten Entwurfsreichweite eine neue erforderliche Kraftstoffmenge berechnet. Auch hierbei geht jedoch nur die Primärstrukturmasse zusammen mit den Ausrüstungs- und Nutzlastmassen ein, da die Sekundärstruktur wie in Kapitel 3.4 beschrieben nicht mit modelliert ist und somit nach der FE-Berechnung nicht dargestellt werden kann. Die abschließende CPACS-Datei wird von der Missionsanalyse an den Output-Schreiber, sowie an die uncertainty-Komponente gegeben, um ihr zu signalisieren, dass ein neuer variiertes Datensatz losgeschickt werden kann.

Die Lastfälle, mit denen das Modell untersucht wird, wurden für alle Berechnungen auf fünf beschränkt, da eine Analyse aller Lastfälle zu viel Rechenzeit in Anspruch nehmen würde. Die ausgewählten Lastfälle sind dabei der stationäre Horizontalflug, das Abfangmanöver mit 2,5g Böenlasten und das negative Abfangmanöver mit  $-1g$ . Nicht berücksichtigt werden z. B. Lande- oder Startmanöver.

Die Anzahl an Rechnungen die nötig ist, um ein repräsentatives Gesamtergebnis zu erzielen, wird vorerst willkürlich mit 240 angenommen. Im Verlauf dieses Kapitels kann aber gezeigt werden, dass es für nachfolgende Analysen ausreichend ist, eine kleinere Anzahl an Rechnungen zu verwenden.

Die Ergebnisse der 240 Berechnungen sind in Tabelle 6.1 dargestellt. Die hier gezeigten Massen stellen die Primärstrukturmassen, bestehend aus den in Kapitel 3.4 aufgelisteten Bauteilen, dar und können zur Gesamtprimärstrukturmasse zusammenaddiert werden. Die Massen wurden in Rumpf-, Flügel-, Strut-, Höhenleitwerk- und Seitenleitwerkmasse zusammengefasst und auf Ihre Verteilungsform getestet, welche ebenfalls mit dargestellt

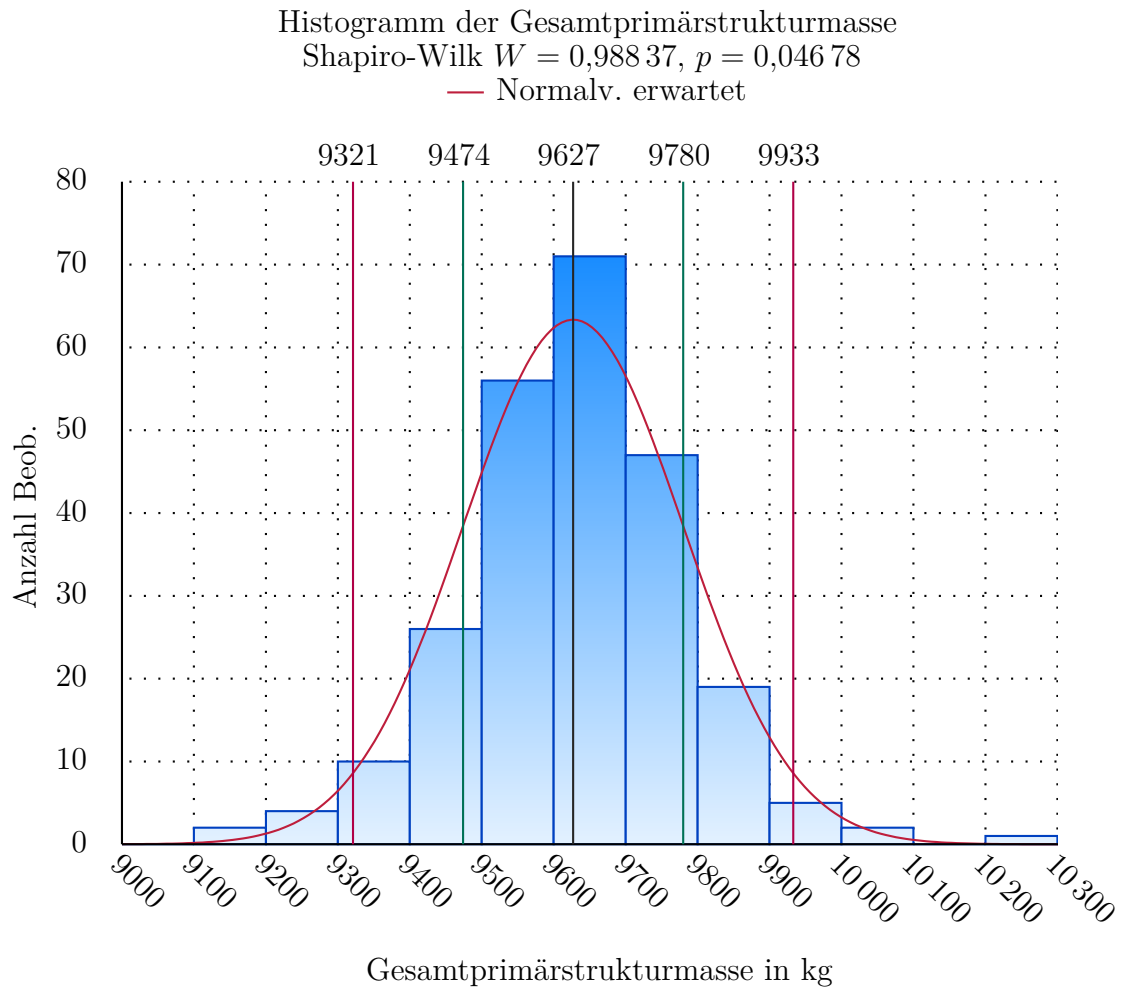


Abbildung 6.2: Histogramm der Gesamtprimärstrukturmasse mit anzunehmender Normalverteilung und einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

ist. Die entsprechenden Histogramme sind in Anhang A.3 visualisiert. Eine Plausibilitätsbetrachtung gestaltet sich schwierig, da es keine Daten zu den Primärstrukturmassen vergleichbarer Konfigurationen gibt. Zudem werden sich die Massen aus verschiedenen Gründen noch erhöhen. Es werden sich z. B. aus den nicht verwendeten Lastfällen in manchen Bauteilen noch höhere Spannungen ergeben, welche über die entsprechende Dimensionierung die Massen beeinflussen. Auch sind in großen Teilen Verbindungselemente wie Nieten oder Bolzen nicht mit modelliert, welche durch ihre Menge nicht zu vernachlässigende Massen darstellen. Zusätzlich ist das Modell, zusammen mit dem Dimensionierungswerkzeug SBOT, hauptsächlich darauf ausgelegt, Festigkeiten zu untersuchen (siehe Kapitel 3.4). Auch bei den Stabilitätsuntersuchungen sind manche Effekte nicht berücksichtigt und eine Analyse von Ermüdungs- oder Rissausbreitungserscheinungen wird nicht ausgeführt. Die Ergebnisse werden aber unter den beschriebenen Einschränkungen als realistisch betrachtet.

Für die Auswertung ist das Histogramm der Gesamtprimärstrukturmasse zusammen mit der anzunehmenden Normalverteilung und dem entsprechenden W-Wert in Abbildung 6.2 visualisiert. Außerdem sind zur schnellen Interpretation die Konfidenzintervalle der einfachen und zweifachen Standardabweichung dargestellt. Der Abbildung lässt sich entnehmen, dass bei Zugrundelegung der Unsicherheiten, wie sie in Kapitel 5 herausgearbeitet wurden, eine 90,4 %-ige Sicherheit besteht, dass die gesamte Primärstrukturmasse zwischen 9321 kg und 9933 kg liegt. Aus Tabelle 6.1 lässt sich entnehmen, dass die Rumpfstrukturmasse den größten absoluten Einfluss auf die Gesamtunsicherheit. Dies war zu erwarten, da sie bereits als Eingangsgröße den größten Anteil an der Primärstrukturmasse hat. Außerdem lässt sich sagen, dass der relative Einfluss der Unsicherheiten bei der Strutmasse am höchsten ist. Vergleicht man dies mit den Ergebnissen der Sensitivitätsanalyse aus Kapitel 5.2.2, können diese bestätigt werden. Auch in der Sensitivitätsanalyse hat sich die Strutmasse als sensitiv auf verschiedene Parameter dargestellt. Dies liegt vor allem daran, dass die Zugkraft im Strut direkt vom maximalen Gesamtgewicht  $m_{TOM}$  des Flugzeugs abhängig ist und somit alle Massenunsicherheiten an dieser Stelle wirken. Die geringe Masse des Höhen- und Seitenleitwerks ist darauf zurückzuführen, dass keine Ruderkräfte im Modell dargestellt werden.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Unsicherheiten der Primärstrukturen in der Vorhersage des Flugzeuggesamtgewichts eher von untergeordneter Bedeutung sind. Selbst bei einer Variation des Gesamtgewichts (alle quantifizierten Massen zusammenaddiert) im Bereich von  $\pm 3000$  kg und der Zugrundelegung der quantifizierten Materialunsicherheiten, schwankt die Gesamtprimärstrukturmasse lediglich im Bereich von  $\pm 300$  kg. Dieser Wert ist relativ genau unter der Berücksichtigung, dass sich das Projekt in der Definitionsphase und somit einer frühen Phase des Flugzeugentwurfs befindet. Da davon ausgegangen

werden kann, dass die Materialwerte aufgrund der vorausgesetzten Sicherheit für Passagiere im fortschreitenden Projekt auf Sicherheitswerte (wie z. B. den A- oder B-Wert für die Festigkeit) festgelegt werden, dürften die Unsicherheiten noch weiter abnehmen, wobei an dieser Stelle der Einfluss der Werkstoffparameter nicht explizit herausgearbeitet wird, da die Werkstoffeinflüsse in Kapitel 6.3 separat für die Verwendung orthotroper Werkstoffe durchgeführt wird.

Es gilt noch zu überprüfen, ob die Anzahl der durchgeführten Rechnungen ein repräsentatives Ergebnis liefert. Hierzu wurde der Mittelwert und die Standardabweichung mit einer zunehmenden Anzahl an Ergebnissen berechnet und in Abbildung 6.3 in Form einer polynomen Regressionskennlinie dargestellt, wobei die tatsächlichen Werte im Hintergrund zu erkennen sind. Wie zu sehen ist, ändern sich die beiden Kennwerte nur noch marginal, sobald mehr als 100 Ergebnisse zur Ermittlung verwendet werden. Dieses Vorgehen wurde beispielhaft für die Rumpf- und Flügelstrukturmasse angewendet, wobei für beide Rechnungen die selbe Aussage getroffen werden konnte. Die Anzahl an Rechnungen zur Bestimmung der Ergebnisunsicherheiten ist somit ausreichend gewählt worden und kann für nachfolgende Analysen auf 100 festgelegt werden.

## 6.2 Szenariounsicherheit im Strukturentwurf

Die quantifizierten Unsicherheiten können ebenfalls dazu genutzt werden, eine Entscheidungshilfe im Strukturentwurf zu geben. Um dies zu zeigen, soll die Halbspannweite nun beispielhaft als Szenario-Unsicherheit angenommen werden. Um zu sehen, ob es Bereiche gibt, in denen sich die Unsicherheiten stärker oder schwächer auswirken, werden jeweils 100 Berechnungen für die Halbspannweiten 18 m, 19 m, 20 m und 21 m durchgeführt. Die initiale Flügelmasse bleibt hierbei konstant auf dem quantifizierten Wert. Hierfür wird der selbe Workflow verwendet wie in Kapitel 6.1.

Die Ergebnisse der insgesamt 400 Rechnungen für die Primärstrukturmasse sind zusammengefasst in Tabelle 6.2 dargestellt. Sie lassen sich über der Halbspannweite auftragen und es können die Konfidenzintervalle visualisiert werden. Die Veränderung ist wie zu erwarten für die Flügelprimärstruktur am höchsten. Auffallend ist jedoch, dass die Flügelmassen bei Halbspannweiten von 19 m und 20 m nahezu identisch sind und auch das Konfidenzintervall nicht größer, sondern eher kleiner wird (vgl. Abbildung 6.4). Auch die Berechnung der Nominalwerte für diese Konfiguration (ohne Unsicherheiten) zeigt dieses Verhalten auf, wodurch ausgeschlossen wird, dass es sich um ein statistisches Phänomen handelt. Es ist demnach anzunehmen, dass bei einer Halbspannweite von



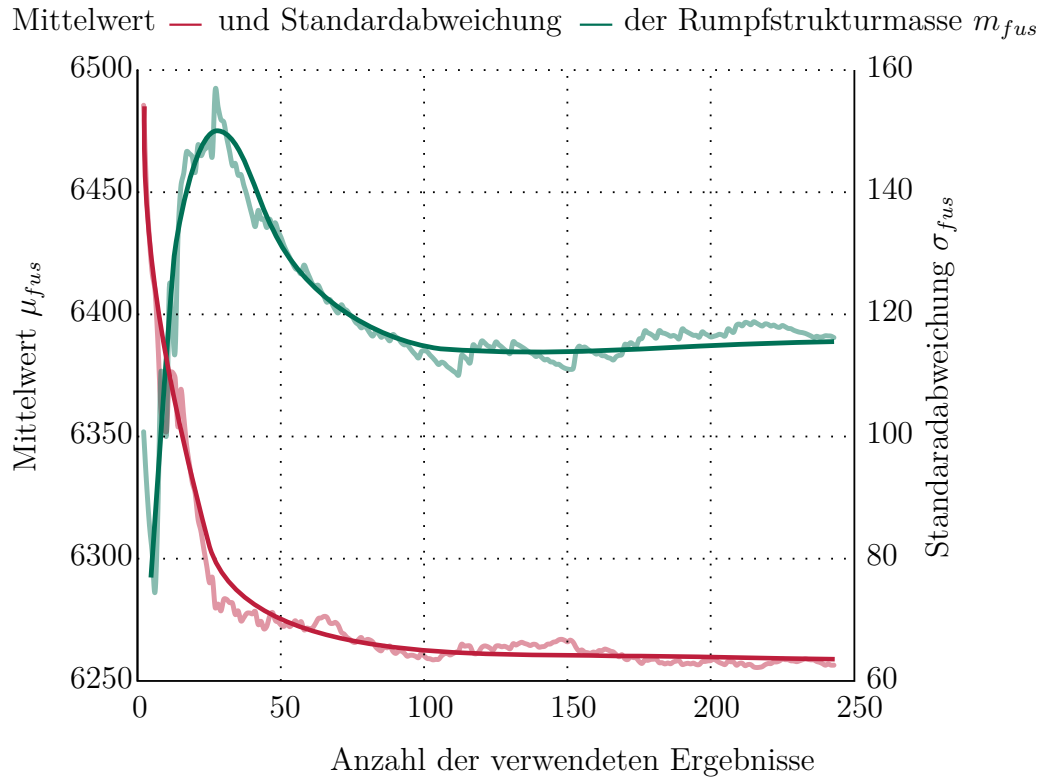


Abbildung 6.3: Überprüfung der notwendigen Anzahl an Rechnungen für ein repräsentatives Ergebnis

Tabelle 6.2: Primärstrukturmassen bei Szenario-Unsicherheit "Halbspannweite"

		$m_{fus}$	$m_{wing}$	$m_{strut}$	$m_{htp}$	$m_{vtp}$	$m_{primary}$
18 m	$\mu$	6257 kg	24 512 kg	354 kg	327 kg	238 kg	9627 kg
	$\sigma$	116 kg	46 kg	31 kg	5 kg	4 kg	153 kg
19 m	$\mu$	6278 kg	2962 kg	352 kg	331 kg	242 kg	10 166 kg
	$\sigma$	96 kg	61 kg	23 kg	5 kg	4 kg	146 kg
20 m	$\mu$	6345 kg	3077 kg	413 kg	335 kg	245 kg	10 416 kg
	$\sigma$	127 kg	59 kg	39 kg	6 kg	4 kg	179 kg
21 m	$\mu$	6349 kg	3950 kg	380 kg	339 kg	249 kg	11 267 kg
	$\sigma$	128 kg	108 kg	25 kg	5 kg	4 kg	215 kg

20 m mehr Last durch den Strut aufgenommen wird. Dieser zeigt an der Stelle auch eine entsprechende Zunahme der Masse und der Unsicherheiten, was die Hypothese unterstützt. Da die Zunahme der Strutmasse beim Übergang von 19 m auf 20 m aber deutlich geringer ist als die Zunahme der Flügelmasse von 18 m auf 19 m, scheint es lohnenswert, die Version mit einer Halbspannweite von 20 m näher zu untersuchen. Auf diese Art und Weise können die Unsicherheiten dazu genutzt werden, die Entscheidungsfindung für ein weiteres Vorgehen zu unterstützen.

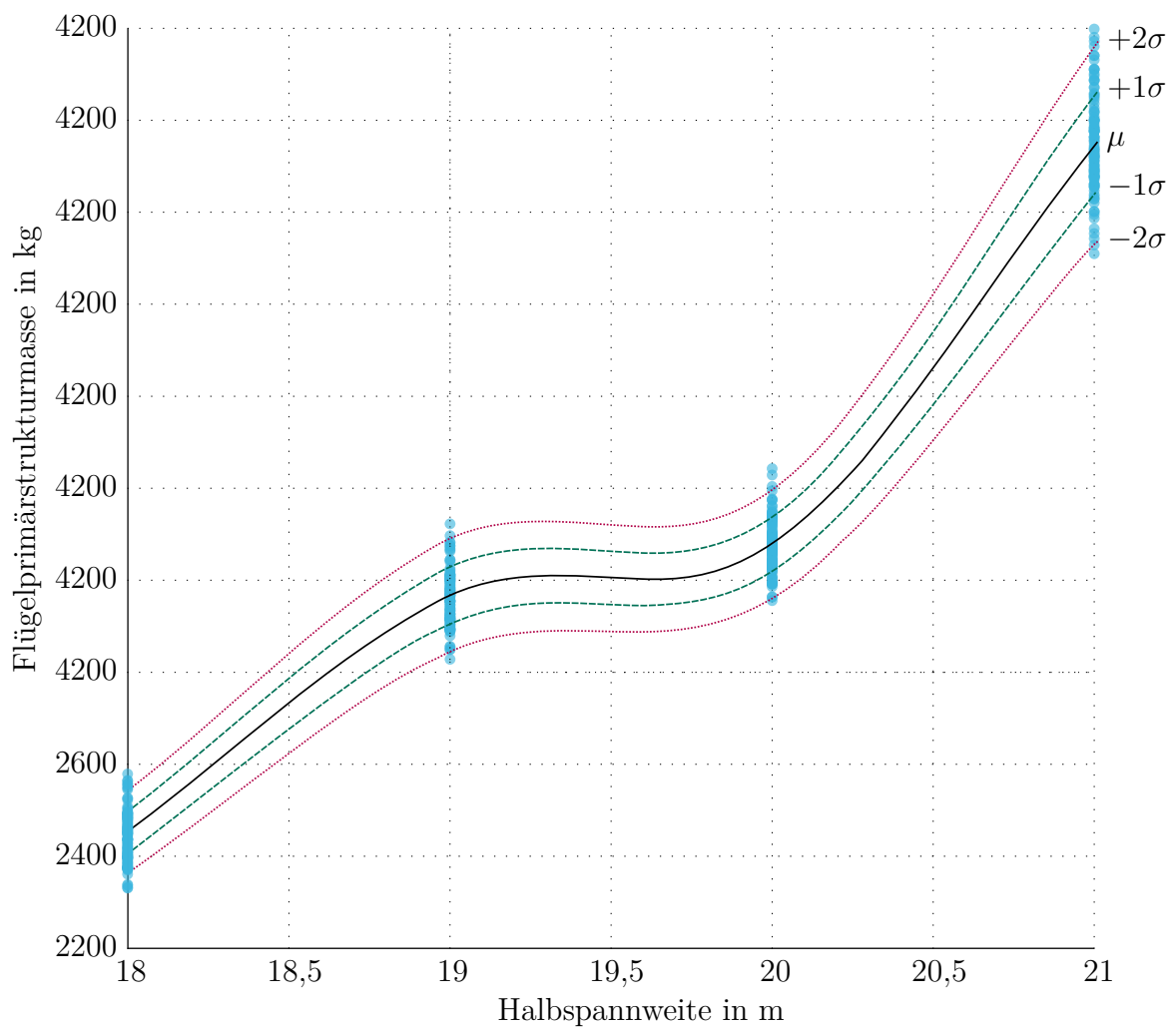


Abbildung 6.4: Konfidenzintervalle der Flügelprimärstrukturmasse über der Halbspannweite

Tabelle 6.3: Ergebnisunsicherheiten der Primärstruktur durch orthotrope Materialien

Primärstruktur- masse	Mittelwert $\mu$	Standard- abweichung $\sigma$	Variations- koeffizient $v$
Gesamtmasse	7165,50 kg	33,35 kg	0,47 %
Rumpfmasse	6295,65 kg	1,55 kg	0,02 %
Flügelmasse	562,16 kg	24,82 kg	4,41 %
Strutmasse	146,05 kg	7,92 kg	5,42 %
Höhenleitwerkmasse	94,17 kg	1,64 kg	1,75 %
Seitenleitwerkmasse	67,48 kg	1,02 kg	1,50 %

## 6.3 Auswirkungen von Faserverbundunsicherheiten

Abschließend sollen die Unsicherheiten der Faserverbundwerkstoffe gesondert untersucht werden, um die Auswirkungen der reinen Materialunsicherheiten zu analysieren.

Für die Analyse wurden die orthotropen Materialunsicherheiten in Form der Variationskoeffizienten auf das im Modell verwendete Material „T300-15k übertragen. Das Material wurde allen Bauteilen im Flügel, Strut, Höhen- und Seitenleitwerk zugewiesen. Der Rumpf besteht nach wie vor aus Aluminium und unterliegt keinen weiteren Unsicherheiten.

Für alle Bauteile wurde der selbe symmetrische Schichtaufbau gewählt. Es kommt ein achtlagiges Verbundmaterial mit einem Lagenaufbau  $[45^\circ, -45^\circ, 0^\circ, 90^\circ]_S$  zum Einsatz. Die Optimierung von Faserverbundmaterialien mit SBOT kann hierbei die einzelnen Schichtdicken anpassen, was fertigungstechnisch nicht realistisch ist und für ein Design einen Postprocessing-Schritt notwendig macht. Die Anfangsdicke wurde mit  $0,2 \cdot 10^{-3}$  m pro Lage angenommen was zu einer Laminatdicke von  $1,6 \cdot 10^{-3}$  m führt. Für die Ermittlung einer Verteilungsdichtefunktion wurden die Parameter 57 mal variiert. Ursprünglich wurden auch für diese Untersuchung 100 Ergebnisse angestrebt, was jedoch aufgrund eines Programmfehlers nicht erreicht werden konnte. Die Überprüfung der Anzahl der Rechnungen zeigt jedoch, dass die Ergebnisse für Mittelwert und Standardabweichung auch mit 57 Ergebnissen schon relativ gut konvergieren (vgl. Abbildung 6.5). Die Ergebnisse der Analyse sind in Tabelle 6.3 abgebildet. Die entsprechenden Histogramme finden sich in Anhang A.5.

Wie zu erwarten verändert sich die Rumpfmasse nur in vernachlässigbarem Rahmen, da hierauf keine Unsicherheiten wirken. Sofort zu erkennen ist dagegen die Gewichtsreduktion der restlichen Primärstrukturbauteile gegenüber der Aluminiumvariante. Zu beachten ist aber, dass diese Gewichte nur erreicht werden können, wenn z. B. der gesamte Flügel aus Faserverbundmaterial hergestellt werden würde. Eine Plausibilitätsbetrachtung der Mittelwerte kann an dieser Stelle aufgrund mangelnder Vergleichsdaten nicht durchgeführt werden. Der Gewichtsreduktion stehen jedoch vor allem für den Flügel erhöhte Unsicherheiten gegenüber. Während bei der Aluminiumvariante mit Material- und Massenunsicherheiten nur ein Variationskoeffizient für die Flügelprimärstrukturmasse von  $v_{wing,Alu} = 1,86\%$  berechnet wurde, vergrößert er sich bei der Faserverbundvariante mit nur Materialunsicherheiten auf  $v_{wing,CM} = 4,41\%$  und ist somit um knapp 3% höher als bei der Aluminiumvariante obwohl die Gesamtzahl an wirkenden Unsicherheiten geringer ist. Da der Flügel hauptsächlich auf Biegung beansprucht wird, ist dies vermutlich vor allem auf die erhöhte Unsicherheit in den Festigkeitskennwerten zurückzuführen.

Der Vergleich des Variationskoeffizienten der Strutmasse mit der vorherigen Aluminiumvariante gestaltet sich etwas schwieriger, da er auf den ersten Blick geringer ist. Betrachtet man es aber etwas genauer, so ist die Strutmasse bei dieser Analyse jedoch nicht den Massenunsicherheiten ausgesetzt. Der Strut wird weitestgehend auf Zug belastet, wobei die Zugfestigkeit parallel zur Faser bereits einen Variationskoeffizienten von 5,27% aufweist und der Koeffizient der Zugfestigkeit senkrecht zur Faser sogar 17,12% ist. Somit sind die Eingangsunsicherheiten hierbei deutlich höher als bei der Aluminiumvariante und dürften sich demnach auch stärker auswirken. Insofern ist zu erwarten, dass die Unsicherheit noch weiter zunimmt, wenn man die Massenunsicherheiten zusätzlich in die Untersuchung mit einbringt. Die Veränderung der Leitwerkmassen ist in dieser Analyse erneut relativ gering, was abermals auf die nicht dargestellten Ruderkräfte zurückzuführen ist.

Mittelwert — und Standardabweichung — der Gesamtprimärstrukturmasse  $m_{primary}$

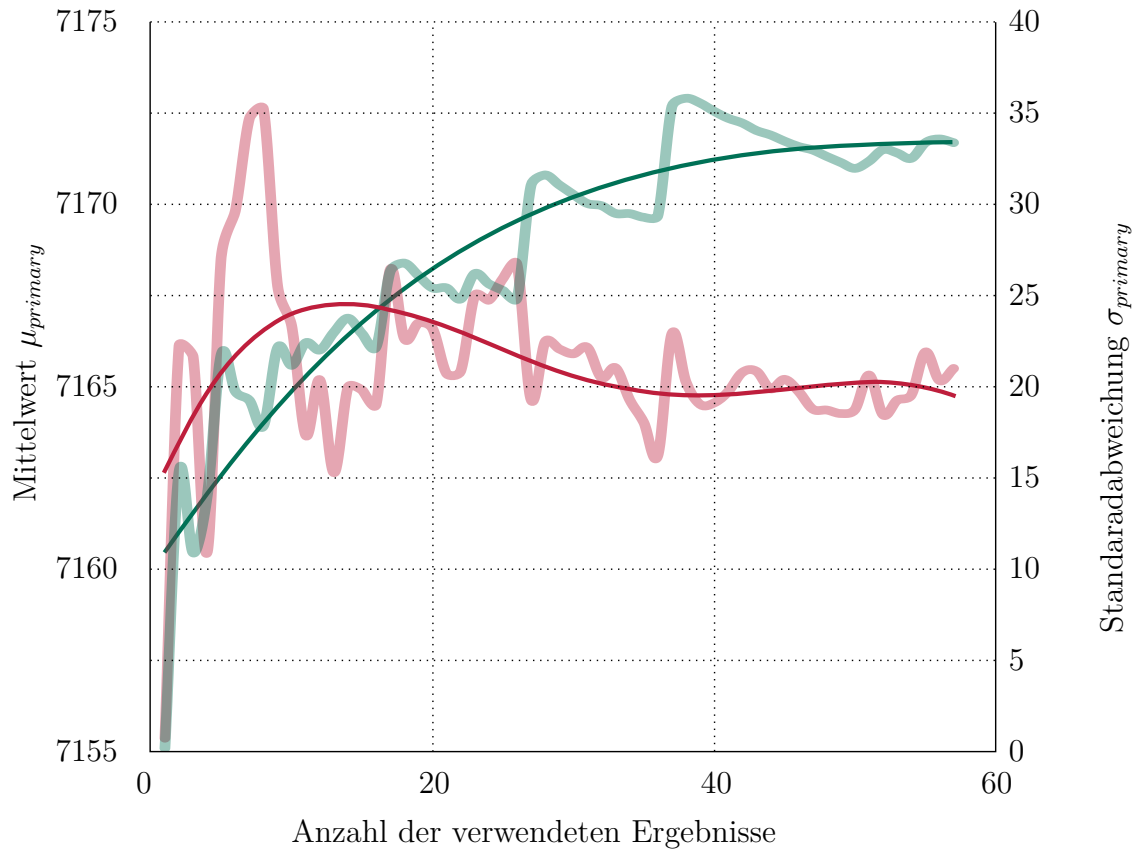


Abbildung 6.5: Überprüfung der Anzahl an Rechnungen für orthotrope Werkstoffe



## 7 Fazit und Ausblick

Das Ziel der Arbeit war es, die Unsicherheiten in der Definitionsphase des Flugzeugentwurfs zu benennen, zu quantifizieren und ihre Auswirkungen auf die Primärstrukturmasse zu ermitteln. Es konnte gezeigt werden, dass die ausgewählten und quantifizierten Unsicherheiten in einigen, jedoch nicht allen Bereichen, die Genauigkeit der Vorhersage der Primärstrukturmassen bei nicht-iterativer Vorgehensweise beeinflussen.

Auf dem Weg zur Ermittlung der Auswirkungen von Unsicherheiten auf die Primärstruktur war es zunächst notwendig, sich mit der Flugzeugentwicklung an sich und mit dem Strukturentwurf im Speziellen auseinanderzusetzen. Anschließend galt es, sich in die Klassifizierung und die statistische Ausdrucksweise von Unsicherheiten einzuarbeiten. Dieser Prozess war rückblickend sehr aufwendig, weshalb ein umfangreiches Minimalbeispiel angefertigt wurde. Dieses Beispiel diene vor allem dazu, sich zunächst auf abstrakter Ebene der Methodik des Erkennens und Quantifizierens von Unsicherheiten zu nähern, sowie Möglichkeiten der Ergebnisdarstellung zu finden, bevor die Erkenntnisse hieraus im Anschluss auf das hochkomplexe Problem des Strukturentwurfs übertragen wurden.

Für die Auseinandersetzung mit dem ersten Teil der Fragestellung, durch welche Methoden die Unsicherheiten erkennbar werden, wurde im ersten Schritt eine Liste aufgestellt, die nach Möglichkeit alle Einflussparameter auf die Struktur enthält. Um diese Liste zu generieren wurden Überkategorien formuliert, die es vereinfacht haben, alle damit einhergehenden Parameter zu erarbeiten. Da die Bearbeitung dieser Liste mit über 70 Parametern innerhalb der für diese Arbeit zur Verfügung stehenden Zeit nicht gewährleistet werden konnte, war es nötig, die Liste auf einflussreiche Parameter zu reduzieren. Durch die Darstellung der gegenseitigen Beeinflussung der gefundenen Parameter konnte eine Eingrenzung der Parameter auf zwei Kategorien vorgenommen werden. Die Eingrenzung erfolgte indem untersucht wurde, welche Kategorien in direktem Zusammenhang mit der Primärstrukturmasse stehen und dabei teilweise Unsicherheiten aus anderen Kategorien implizit mit abbilden. Es stellte sich heraus, dass vor allem die Anfangsmassen und die Materialkennwerte eine unmittelbare Wirkung auf die zu berechnenden

Primärstrukturmassen haben. Aus diesem Grund wurden die maßgeblichen Parameter anschließend nur noch in diesen beiden Kategorien gesucht.

Die anschließende Sensitivitätsanalyse konnte zeigen, dass es innerhalb dieser beiden Kategorien ebenfalls Unterschiede im Einfluss auf die Strukturmasse gibt. Auf Grundlage dessen konnten die Parameter noch weiter eingegrenzt werden. Um jedoch manche Kenngrößen nicht völlig zu ignorieren, wurden bestimmte Parameter zusammengefasst, um sie als kombinierte Einflussgrößen zu betrachten. Auf diese Weise konnte die ursprüngliche Liste von über 70 Parametern auf fünf kombinierte Massen, sowie drei Materialparameter reduziert werden. Für die Massen wurden daraufhin empirische Formeln zur Ermittlung der Unsicherheiten verwendet, da die einzelnen Eingangsgrößen für diese Formeln erheblich leichter abzuschätzen sind, als die Ergebnisse der Formeln selbst. Als Folge dessen konnte eine Standardabweichung für diese Massen ermittelt und allen eine Normalverteilung zu Grunde gelegt werden.

Für die Quantifizierung der Unsicherheiten der Materialkennwerte war es zunächst relevant zu bestimmen, welche Materialien im Rahmen des Strukturentwurfs zum Einsatz kommen sollen. Hier wurden mit den Aluminiumlegierungen Al2024, Al7075 und Al7150 sowie Titan vier isotrope Materialien erkannt. Da die Verwendung von Verbundmaterialien im Flugzeugbau immer weiter zunimmt, wurde außerdem die Quantifizierung eines orthotropen Faserverbundmaterials beispielhaft anhand von Testdaten, die am DLR gesammelt wurden, durchgeführt. Bei den isotropen Materialien war das Vorgehen zur Quantifizierung vergleichsweise klar definiert. Während die Verteilungsfunktion der Festigkeit anhand der im Handbuch stehenden A- und B-Werte zurückgerechnet werden konnte, wurde für die Ermittlung der Verteilung von Steifigkeit und Dichte auf externe Untersuchungsergebnisse zurückgegriffen.

Die Ermittlung der Unsicherheiten des orthotropen Materials gestaltete sich schwieriger. Aufgrund der Vielzahl an Einflussparametern bei der Fertigung und den Tests sind die Unsicherheiten bei solchen Materialien allgemein höher. Zusätzlich waren die Informationen zu diesen Größen bei den zur Verfügung stehenden Testdaten nur begrenzt vorhanden. Es konnte jedoch ein Vorgehen gezeigt werden, welches es erlaubt, auch bei wenig Hintergrundinformationen eine hinlänglich informative Quantifizierung der Unsicherheiten durchzuführen.

Die vorhergehenden Schritte konnten daraufhin dazu genutzt werden, die Auswirkungen der einflussreichen Parameter auf das Ergebnis der Primärstrukturmasse zu analysieren. Es konnte gezeigt werden, dass in der Definitionsphase des Flugzeugentwurfs eine Änderung des Gesamtgewichts im Bereich von  $\pm 3000$  kg lediglich eine Änderung der Primärstrukturmasse im Bereich von  $\pm 300$  kg zur Folge hat. Dieser geringe Einfluss bzw.



---

die hohe Genauigkeit ist hauptsächlich auf die Verwendung eines FE-Modells bereits in dieser frühen Phase des Flugzeugentwurfs zurückzuführen.

In einem Beispiel zur Bestimmung von Szenariounsicherheiten wurde eine Methode vorgestellt, wie die quantifizierten Unsicherheiten dazu genutzt werden können, in kritischen Situationen eine Entscheidungshilfe darzustellen. Es wurden die Auswirkungen der Unsicherheiten bei Verwendung verschiedener Spannweiten untersucht. Die Annahme, dass die Unsicherheiten mit zunehmender Spannweite zunehmen, konnte bestätigt werden. Auffallend war jedoch, dass die Flügelmasse für die Halbspannweiten 18 m und 19 m nahezu identisch war, da hierbei vermehrt Lasten durch den Strut aufgenommen werden. Dieser erfährt eine entsprechende Massenzunahme, die allerdings deutlich geringer ist, als die alternative Massenzunahme des Flügels. Dies gilt es jedoch in Zukunft noch näher zu untersuchen.

Eine abschließende Analyse der Verwendung von Faserverbundwerkstoffen inklusive deren Unsicherheiten, zeigt das enorme Einsparpotenzial bei der Nutzung von orthotropen Werkstoffen. Es stellt sich jedoch ebenfalls heraus, dass die Unsicherheiten größere Auswirkungen gegenüber der Verwendung von Aluminium haben.

Eine Möglichkeit für nachfolgende Studien ist es, die Unsicherheiten der Sekundärstrukturen zu untersuchen, da diese einen größeren Einfluss auf die Gesamtstrukturmasse zu haben scheinen. Außerdem wäre es sinnvoll, die Quantifizierung der orthotropen Kennwerte zu überarbeiten und zu versuchen, mehr Hintergrundinformationen zu sammeln. Diese könnten im Folgenden dazu genutzt werden, die Stichproben nach physikalischen Parametern (z. B. Faservolumengehalt) zu ordnen, um so gezieltere Aussagen über das Verhalten bei unterschiedlichen Ausgangsbedingungen zu erhalten.



# Literaturverzeichnis

- [Boe15] BÖHNKE, D.: *A Multi-Fidelity Workflow to Derive Physics-Based Conceptual Design Methods*, Dissertation, TU Hamburg-Harburg, 2015, 157 S.
- [CGT16] CGTRADER: *3D Model of Cessna C208 Caravan*, 2016, URL: [https://img-new.cgtrader.com/items/251835/cessna\\_c208\\_caravan\\_lp\\_ss\\_3d\\_model\\_3ds\\_91336eea-6000-4288-bcd9-af9d439f6ea6.jpg](https://img-new.cgtrader.com/items/251835/cessna_c208_caravan_lp_ss_3d_model_3ds_91336eea-6000-4288-bcd9-af9d439f6ea6.jpg) (besucht am 05.09.2016).
- [DG13] DORBATH, F. und GAIDA, U.: *Large Civil Jet Transport (MTOM > 40t) - Statistical Mass Estimation*, in: *Luftfahrttechnisches Handbuch* (MA 401 12-01 2013), 29 S.
- [DIN1319-1] DIN ISO 1319-1:1995-01: *Grundlagen der Messtechnik - Teil1: Grundbegriffe*.
- [DLR16] DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT: *What is CPACS?*, 2016, URL: <http://cpacs.de/#contents> (besucht am 02.10.2016).
- [EASA16] EUROPEAN AVIATION SAFETY AGENCY: *Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Large Aeroplanes*, CS-25, Version 18, 2016, 1037 S.
- [For08] FORRESTER, A., SÓBESTER, A. und KEANE, A.: *Engineering design via surrogate modelling, A practical guide*, Hoboken, N.J und Chichester: Wiley, 2008, 210 S.
- [Fre+14] FREUND, S., HEINECKE, F., FÜHRER, T. und WILBERG, C.: *Parametric Model Generation and Sizing of Lightweight Structures for a Multidisciplinary Design Process*, Bamberg: NAFEMS Deutschsprachige Konferenz, 2014, 5 S.
- [Hei10a] HEINZE, M.: *Entwerfen von Verkehrsflugzeugen I, Vorlesungsskript*, Institut für Flugzeugbau und Leichtbau, Technische Universität Braunschweig, 2010, 300 S.

- [Hei10b] HEINZE, M.: *Entwerfen von Verkehrsflugzeugen II, Vorlesungsskript*, Institut für Flugzeugbau und Leichtbau, Technische Universität Braunschweig, 2010, 325 S.
- [HG16] HOLLING, H. und GEDIGA, G.: *Statistik - Testverfahren*, 1. Auflage, Bachelorstudium Psychologie, Göttingen: Hogrefe, 2016, 403 S.
- [Kir93] KIRKBY, M. J.: *Computer simulation in physical geography*, 2. ed., Chichester [u.a.]: Wiley, 1993, IX, 180 S.
- [Kne03] KNETSCH, T.: *Unsicherheiten in Ingenieurberechnungen*, Dissertation, Magdeburg: Otto-von-Guericke-Universität, 2003, 130 S.
- [Loe09] LÖSCHE, T.: *Sensitivität in der Modellierung*, Vorlesungspräsentation, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2009, URL: [http://www.geogr.uni-jena.de/fileadmin/Geoinformatik/Lehre/SoSe\\_2010/GE0241/Studi/Loesche-\\_Sensitivitaetsanalyse.pdf](http://www.geogr.uni-jena.de/fileadmin/Geoinformatik/Lehre/SoSe_2010/GE0241/Studi/Loesche-_Sensitivitaetsanalyse.pdf) (besucht am 01.09.2016).
- [LTH13] LTH: *Luftfahrttechnisches Handbuch*, Ottobrunn, 2009.
- [MIL98] MIL-HDBK-5H: *Military Handbook: Metallic materials and elements for aerospace vehicle structures*, Department of Defense - United States of America, 1998.
- [Nag+12] NAGEL, B., BÖHNKE, D., GOLLNICK, V., SCHMOLLGRUBER, P., RIZZI, A., LARocca, G. und ALONSO, J. J.: *Communication in Aircraft Design: Can we establish a common language?*, in: *28th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences 2012* (1 2012), S. 443–455.
- [NASA11] BRADLEY, M. K. und DRONEY, C. K.: *Subsonic Ultra Green Aircraft Research: Phase I Final Report*, Huntington Beach, California: National Aeronautics and Space Administration (NASA), 2011, 207 S.
- [Nat10] NATTERER, F. J.: *Contribution from FA to the DLR-MDOrmec project*, Version Interner Bericht, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 2010, 70 S.
- [Niu97a] NIU, M. C.-Y.: *Airframe stress analysis and sizing*, 2nd ed., Hong Kong: Conmilit Press, 1997, 795 S.
- [Niu97b] NIU, M. C.-Y.: *Airframe structural design, Practical design information and data on aircraft structures*, Hong Kong: Conmilit Press, 1997, 612 S.

- [Pap16] PAPULA, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 3 : Vektoranalysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Fehler- und Ausgleichsrechnung*, 7. Auflage, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016, 870 S.
- [Ray92] RAYMER, D. P.: *Aircraft design, A conceptual approach*, 2. ed., AIAA education series, Washington, DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992, 745 S.
- [Roo93] DE ROO, A. P. J.: *Modelling surface runoff and soil erosion in catchments using geographical information systems*, Bd. 157, Nederlandse geografische studies, Amsterdam und Utrecht: Faculteit Ruimtelijke Wetenschappen Rijksuniversiteit Utrecht, 1993, 295 S.
- [Roy92] ROYSTON, P.: *Approximating the Shapiro-Wilk W-test for non-normality*, in: *Statistics and Computing* 2 (3 1992), S. 117–119.
- [RWH14] ROSSOW, C.-C., WOLF, K. und HORST, P.: *Handbuch der Luftfahrzeugtechnik, Mit 34 Tabellen*, [Elektronische Ressource], München: Hanser, 2014, 835 S.
- [SBH10] SIEBERTZ, K., VAN BEBBER, D. und HOCHKIRCHEN, T.: *Statistische Versuchsplanung*, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010, 318 S.
- [Sei02] SEIER, E.: *Comparison of tests of univariate normality*, East Tennessee State University, 2002, 17 S.
- [SW65] SHAPIRO, S. S. und WILK, M. B.: *An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples)*, in: *Biometrika* 52 (3/4 1965), S. 591–611.
- [Szi04] SZILARD, R.: *Theories and applications of plate analysis, Classical, numerical, and engineering methods*, Hoboken, NJ: John Wiley, 2004, 1024 S.
- [TW15] TIMM-WÄGETEchnik: *Kalibrierschein Einzelgewicht 500mg*, 2015, URL: [http://www.xn--timm-wgetechnik-5kb.de/.cm4all/iproc.php/Gewichte/einzelgewicht\\_500mg\\_G1533259\\_D01b\\_.pdf?cdp=a&cm\\_odfile](http://www.xn--timm-wgetechnik-5kb.de/.cm4all/iproc.php/Gewichte/einzelgewicht_500mg_G1533259_D01b_.pdf?cdp=a&cm_odfile) (besucht am 02.10.2016).
- [VV] VANDEROVER, J. S. und VISSER, K. D.: *Analysis of a Contra-Rotating Propeller Driven Transport Aircraft*, Clarkson University, Potsdam, New York, 2006, 11 S.

- [Wal+03] WALKER, W. E., HARREMOËS, P., ROTMANS, J., VAN DER SLUIJS, J. P., VAN ASSELT, M., JANSSEN, P. und KRAYER VON KRAUSS, M. P.: *Defining Uncertainty: A Conceptual Basis for Uncertainty Management in Model-Based Decision Support*, Swets & Zeitlinger, 2003, 13 S.
- [WF13] WEISSMÜLLER, C. und FRENZ, H.: *Messunsicherheit bei der Ermittlung des E-Moduls im Zugversuch an Stahl*, in: *Materials Testing* 55 (9 2013), S. 643–647.
- [Wie07] WIEDEMANN, J.: *Leichtbau, Elemente und Konstruktion*, 3. Auflage, Klassiker der Technik, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007, 892 S.
- [Wik16] WIKIPEDIA - DIE ENZYKLOPÄDIE: *Definition von Multidisziplinarität*, 2016, URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Multidisziplinarit%C3%A4t> (besucht am 21.07.2016).
- [Win96] WINKLER, R. L.: *Uncertainty in probabilistic risk assessment*, in: *Reliability Engineering & System Safety* 54 (2-3 1996), S. 127–132.
- [Zai13] ZAIONTZ, C.: *Real Statistics Using Excel, Shapiro-Wilk Expanded Test*, 2013, URL: <http://www.real-statistics.com/tests-normality-and-symmetry/statistical-tests-normality-symmetry/shapiro-wilk-expanded-test/> (besucht am 02.10.2016).
- [Zur11] FLUGHAFEN ZÜRICH AG: *Luftfahrt und globales Klima, Broschüre zur Erklärung der Klimaziele des Flughafens Zürich*, 2010, 16 S.
- [Zur16] UNIVERSITÄT ZÜRICH: *Kruskal-Wallis-Test, Methodenberatung*, 2016, URL: <http://www.methodenberatung.uzh.ch/de/datenanalyse/unterschiede/zentral/kruskal.html> (besucht am 09.10.2016).

# Abkürzungsverzeichnis

<b>ANSYS</b>	ANalysis SYStem, FE-Software
<b>CPACS</b>	Common Parametric Aircraft Configuration Schema
<b>CROR</b>	Counter-rotating Open Rotor
<b>CS</b>	Certification Specifications
<b>DELiS</b>	Design Environment for thin-walled Lightweight Structures
<b>DLR</b>	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
<b>DoE</b>	Design of Experiments
<b>EASA</b>	European Aviation Safety Agency
<b>FAA</b>	Federal Aviation Administration
<b>FE</b>	Finite Elemente
<b>FrEACs</b>	Future Enhanced Aircraft Configurations
<b>RCE</b>	Remote Component Environment
<b>SBOT</b>	Sizing RoBOT
<b>SBW</b>	Strut-braced wing
<b>TLAR</b>	Top Level Aircraft Requirement
<b>XML</b>	Extensible Markup Language

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Funktionen zur Darstellung der Wahrscheinlichkeit von stetigen Verteilungen . . . . .	13
2.2	Dichtefunktion . . . . .	14
2.3	Äußeres Design der SBW-Konfiguration des DLR . . . . .	19
3.1	Aufbau eines Flügels im CPACS . . . . .	22
3.2	Workflow zum Erhalten einer ersten Flugzeuggeometrie inkl. Massenabschätzung . . . . .	23
3.3	Objektstruktur von DELiS . . . . .	25
3.4	Auslegungsprozess und Datenfluss von SBOT . . . . .	26
3.5	Aufteilung der Lasten durch das RBE3 Element auf die Strukturelemente . . . . .	29
3.6	Verwendetes FE-Modell mit Auswertung zur Hautdickenverteilung . . . . .	30
4.1	Ersatzmodell des Beispiels . . . . .	31
4.2	RCE Workflow zur Berechnung des Beispielproblems . . . . .	39
4.3	Histogramm der Stabmasse mit Normalverteilung . . . . .	41
4.4	Darstellung der Konfidenzintervalle der Stabmasse über den Design-Raum „Länge“ . . . . .	42
5.1	Vereinfachte Darstellung der iterativen Parameterabhängigkeiten . . . . .	48
5.2	Vereinfachtes Modell der äußeren Lasten eines SBW-Flugzeugs . . . . .	49
5.3	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion der kombinierten Flügelmasse . . . . .	59
5.4	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Leitwerkmasse . . . . .	62
5.5	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die kombinierte Triebwerksmasse . . . . .	64
5.6	Verlauf von berechnetem Mittelwert und Standardabweichung nach Gl. 5.27 und 5.28 über der Stichprobenanzahl $n$ . . . . .	68
5.7	Mittelwerte und Standardabweichungen der Zugsteifigkeit in Längsrichtung $E_{z,p}$ verschiedener Projekte . . . . .	72
6.1	Workflow zur abschließenden Ergebnisunsicherheitsuntersuchung . . . . .	78



---

6.2	Histogramm der Gesamtprimärstrukturmasse mit anzunehmender Normalverteilung . . . . .	80
6.3	Überprüfung der notwendigen Anzahl an Rechnungen für ein repräsentatives Ergebnis . . . . .	83
6.4	Konfidenzintervalle der Flügelprimärstrukturmasse über der Halbspannweite . . . . .	84
6.5	Überprüfung der Anzahl an Rechnungen für orthotrope Werkstoffe . . . .	87
A.1	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion der komb. Rumpfmasse . . .	VIII
A.2	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion der Nutzlastmasse . . . . .	IX
A.3	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Rumpfprimärstrukturmasse . . . . .	X
A.4	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Flügelprimärstrukturmasse . . . . .	XI
A.5	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Strutprimärstrukturmasse . . . . .	XII
A.6	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Höhenleitwerkprimärstrukturmasse . . . . .	XIII
A.7	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Seitenleitwerkprimärstrukturmasse . . . . .	XIV
A.8	Konfidenzintervalle der Rumpfprimärstrukturmasse . . . . .	XV
A.9	Konfidenzintervalle der Strutprimärstrukturmasse . . . . .	XVI
A.10	Konfidenzintervalle der Höhenleitwerkprimärstrukturmasse . . . . .	XVII
A.11	Konfidenzintervalle der Seitenleitwerkprimärstrukturmasse . . . . .	XVIII
A.12	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Gesamtprimärstrukturmasse . . . . .	XIX
A.13	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Rumpfprimärstrukturmasse . . . . .	XX
A.14	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Flügelprimärstrukturmasse . . . . .	XXI
A.15	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Strutprimärstrukturmasse . . . . .	XXII
A.16	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Höhenleitwerkprimärstrukturmasse . . . . .	XXIII
A.17	Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Seitenleitwerkprimärstrukturmasse . . . . .	XXIV
A.18	Arbeitsplan der Masterarbeit . . . . .	XXV

---

# Tabellenverzeichnis

4.1	Sensitivität des Zugstabes nach de Roo . . . . .	34
4.2	Sensitivität des Zugstabes nach de Roo mit geänderten Variationswerten . . . . .	35
4.3	Sensitivität durch Vergleich von Variationskoeffizienten . . . . .	38
5.1	Kategorien zur Findung von Strukturmasse beeinflussenden Parametern . . . . .	44
5.2	Liste der die Strukturmasse beeinflussenden Parameter . . . . .	45
5.3	Sensitivität ausgewählter Parameter auf die Primärstrukturmasse (nach de Roo [Roo93]) . . . . .	52
5.4	Sensitivität ausgewählter Parameter auf die Primärstrukturmasse (nach Kirkby [Kir93]) . . . . .	54
5.5	Rückrechnung der A- und B-Werte isotroper Materialien auf Mittelwert und Standardabweichung . . . . .	69
5.6	Übersicht über Mittelwert und Standardabweichung des Elastizitätsmoduls verschiedener Materialien . . . . .	70
5.7	Übersicht über Mittelwert und Standardabweichung der Dichte verschiedener Materialien . . . . .	70
5.8	Testdaten der Zugsteifigkeit in Längsrichtung $E_{z,p}$ der DLR-internen Materialtests orthotroper Werkstoffe (in $10^6 \text{ N/m}^2$ ) . . . . .	71
5.9	Quantifizierung der orthotropen Materialkennwerte . . . . .	75
6.1	Ergebnisunsicherheiten der Primärstruktur . . . . .	79
6.2	Primärstrukturmassen bei Szenario-Unsicherheit "Halbspannweite" . . . . .	83
6.3	Ergebnisunsicherheiten der Primärstruktur durch orthotrope Materialien . . . . .	85
A.1	Ergebnisse des Minimalbeispiels (Massen in kg) . . . . .	VII

# Nomenklatur

$A$	Querschnittsfläche
$A$	A-Wert zur Festigkeit von Werkstoffen
$A^2$	Wert für den Test auf Normalverteilung
$a$	Seitenlänge
$B$	A-Wert zur Festigkeit von Werkstoffen
$B_\sigma$	Vergleichswert zum Test auf Gleichheit der Standardabweichungen
$B_{krit}$	Grenzwert zur Beurteilung der Hypothese auf Gleichheit der Standardabweichungen
$B^2$	Wert für den Test auf Normalverteilung
$b$	Bauteilbreite
$b$	Spannweite
$b_{htp}$	Spannweite des Höhenleitwerks
$c_A$	Auftriebsbeiwert
$c_{Strut}$	Struttiefe
$c_{W,i}$	induzierter Widerstand
$d_{fus}$	Rumpfdurchmesser
$E$	Elastizitätsmodul/Steifigkeit
$E_{(x)}$	Erwartungswert
$e$	Oswald-Zahl

$F$	Kraft
$F_w$	Rumpfbreite am Höhenleitwerk
$F_{(x)}$	Verteilungsfunktion
$f_{(x)}$	Dichtefunktion
$g$	Erdbeschleunigung (9,81 m/s <sup>2</sup> )
$H$	Vergleichswert für den Test auf Zusammenfassbarkeit der Stichproben
$H_{krit}$	Grenzwert zur Beurteilung der Hypothese auf Zusammenfassbarkeit der Stichproben
$H_t/H_v$	Faktor für Art des Leitwerks
$h_{vtp}$	Höhe des Seitenleitwerks
$K_i$	Korrekturfaktor
$K_{mp}$	Faktor für Art des Hauptfahrwerks
$K_{np}$	Faktor für Art des Bugfahrwerks
$K_{uht}$	Faktor für Beweglichkeit des Höhenleitwerks
$K_y$	Faktor für Neigungsträgheitsradius
$K_z$	Faktor für Gierträgheitsradius
$k$	Toleranzlimitfaktor
$k'$	Toleranzlimitfaktor
$k^*$	Beulfaktor
$L$	Länge
$L_{mlg}$	Länge des Hauptfahrwerks
$L_{nlg}$	Länge des Bugfahrwerks
$L_t$	Hecklänge (Rumpflänge von Flügel bis Leitwerk)
$l_{fus}$	Rumpflänge
$m$	Hilfswert zur Berechnung des Vergleichswertes $W_{krit}$

---

$m$	Anzahl der Stichprobengruppen
$m_i$	Masse
$m_A$	Abflugmasse
$m_K$	Kraftstoffmasse
$m_{MLM}$	maximale Landemasse (Maximum Landing Mass)
$m_{OE}$	Betriebsleermasse (Operators Empty Mass)
$m_{TOM}$	maximale Abflugmasse (Maximum Takeoff Mass)
$m_{ZFM}$	Masse ohne Treibstoff (Zero Fuel Mass)
$N$	Anzahl Stichproben in allen Stichprobengruppen
$n$	Anzahl Stichproben
$n_{engine}$	Anzahl der Triebwerke
$n_{m,wheel}$	Anzahl Räder des Hauptfahrwerks
$n_{m,ss}$	Anzahl Stoßbeine der Hauptfahrwerks
$n_{n,wheel}$	Anzahl Räder des Bugfahrwerks
$n_{PAX}$	Anzahl der Passagiere
$n_{ult}$	Bruchlastvielfaches
$n_{l,ult}$	Bruchlastvielfaches des Fahrwerks
$O$	Oberfläche
$O$	Obere Grenze
$P$	Wahrscheinlichkeit
$Q_{(x)}$	Quantilfunktion der Normalverteilung
$R$	Festigkeit
$R_{eq}$	Ausnutzungsfaktor Festigkeit
$R_{stab}$	Ausnutzungsfaktor Stabilität
$S$	Flügelfläche

$S_{DR}$	Sensitivität nach de Roo
$S_e$	Fläche der Höhenruder
$S_{htp}$	Flügelfläche des Höhenleitwerks
$S_{KB}$	Sensitivität nach Kirkby
$S_{TO}$	Schub beim Start
$S_{vtp}$	Flügelfläche des Seitenleitwerks
$S_0$	Schub
$s$	Hilfswert zur Berechnung des Vergleichswertes $W_{krit}$
$t$	Bauteildicke
$t/c$	„Thickness to Chord ratio“ - Dickenverhältnis eines Profils
$U$	Untere Grenze
$V$	Volumen
$v$	Variationskoeffizient
$v_{stall}$	Strömungsabrissgeschwindigkeit
$W$	Quotient zweier Varianzschätzer, Vergleichswert für den Test auf Normalverteilung
$W_{krit}$	Grenzwert zur Beurteilung der Hypothese auf Normalverteilung
$W$	Widerstand
$W_b$	Biegewiderstandsmoment
$X$	Zufallsparameter
$\alpha$	Signifikanzniveau
$\alpha$	Dämpfungsfaktor
$\gamma$	Vertrauensniveau

---

$\eta$	spannweiteige Koordinate
$\lambda$	Flügelstreckung
$\lambda_{htp}$	Streckung des Höhenleitwerks
$\lambda_{vtp}$	Streckung des Seitenleitwerks
$\mu$	Mittelwert
$\rho$	Dichte
$\sigma$	Standardabweichung
$\sigma_{cr}$	kritische Druckbeulspannung
$\sigma_{eq}$	Vergleichsspannung
$\sigma_{Z/D}$	Zug-/Druckspannung
$\sigma_{zul}$	zulässige Spannung
$\sigma^2$	Varianz
$\tau_{cr}$	kritische Schubbeulspannung
$\tau_{zul}$	zulässige Schubspannung
$\tau_t$	Flügelverdrehung
$\varphi$	Flügelpfeilung
$\varphi_{htp}$	Pfeilung des Höhenleitwerks
$\varphi_{vtp}$	Pfeilung des Seitenleitwerks

# A Anhang

## A.1 Ergebnisse des Minimalbeispiels

Tabelle A.1: Ergebnisse des Minimalbeispiels (Massen in kg)

Ergebnis	Masse	Ergebnis	Masse
1	0,0244	26	0,0241
2	0,0254	27	0,0251
3	0,0266	28	0,0254
4	0,0246	29	0,0260
5	0,0241	30	0,0249
6	0,0259	31	0,0270
7	0,0248	32	0,0233
8	0,0248	33	0,0256
9	0,0244	34	0,0242
10	0,0252	35	0,0266
11	0,0241	36	0,0235
12	0,0246	37	0,0236
13	0,0253	38	0,0221
14	0,0238	39	0,0251
15	0,0261	40	0,0266
16	0,0273	41	0,0250
17	0,0268	42	0,0254
18	0,0275	43	0,0268
19	0,0248	44	0,0250
20	0,0247	45	0,0239
21	0,0264	46	0,0248
22	0,0245	47	0,0253
23	0,0245	48	0,0257
24	0,0258	49	0,0258
25	0,0249	50	0,0251



## A.2 Graphen zur Quantifizierung

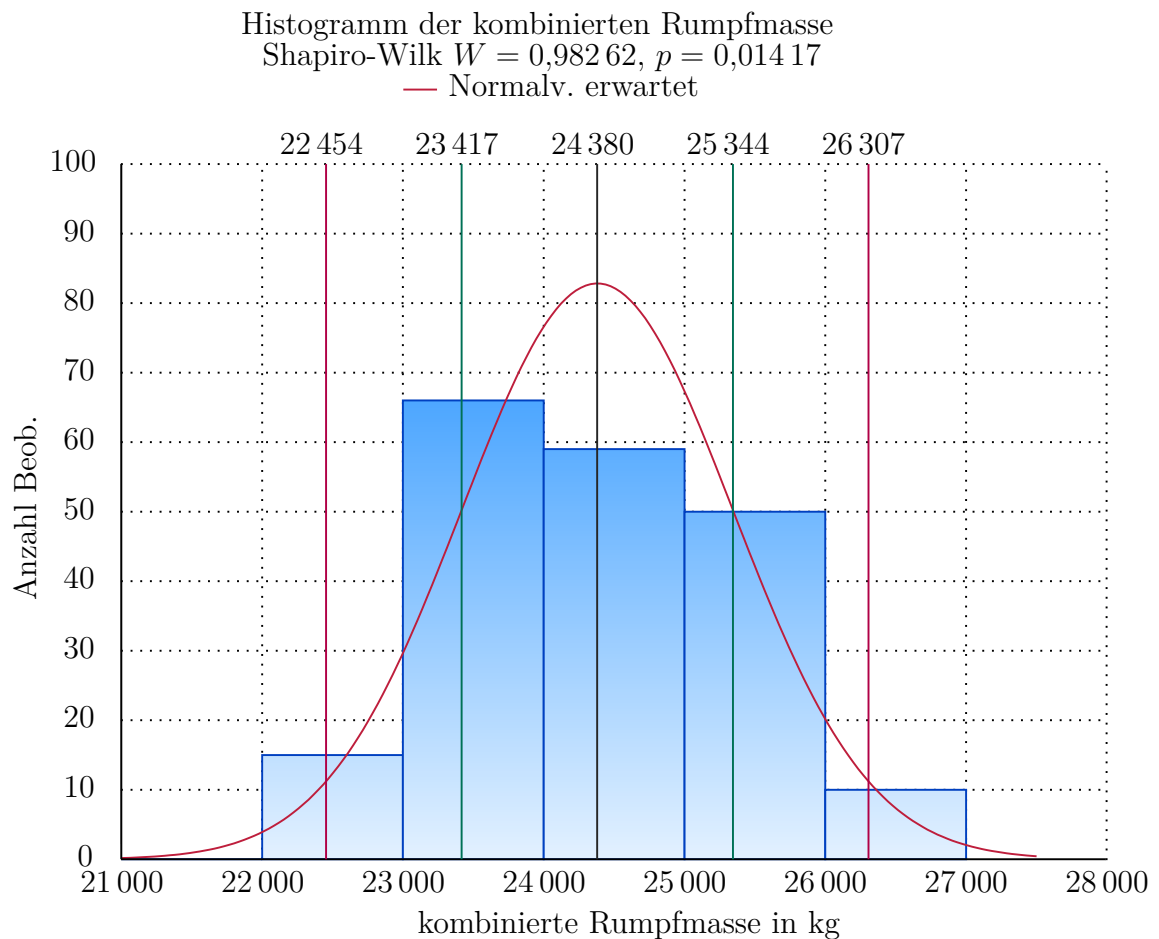


Abbildung A.1: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion der kombinierten Rumpfmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

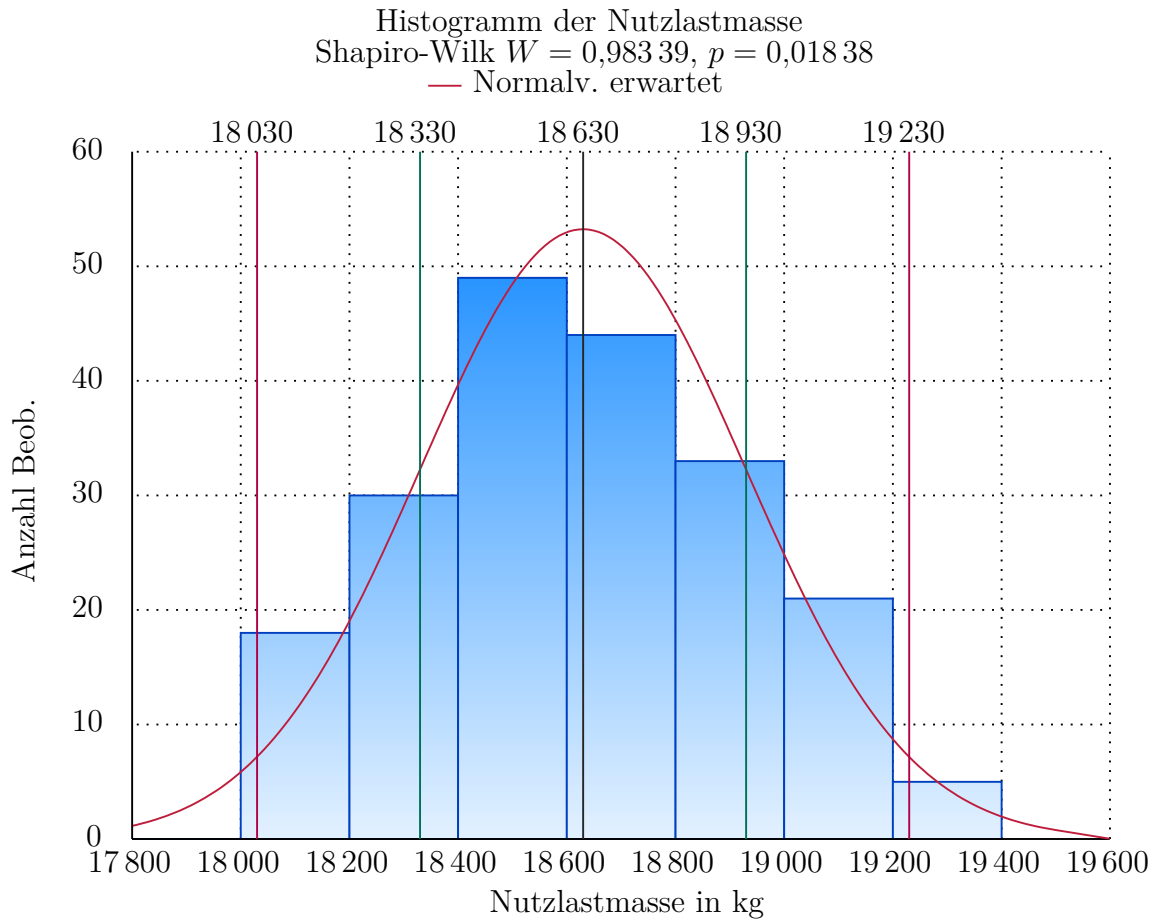


Abbildung A.2: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion der Nutzlastmasse mit ein-  
 facher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

## A.3 Ergebnisunsicherheiten

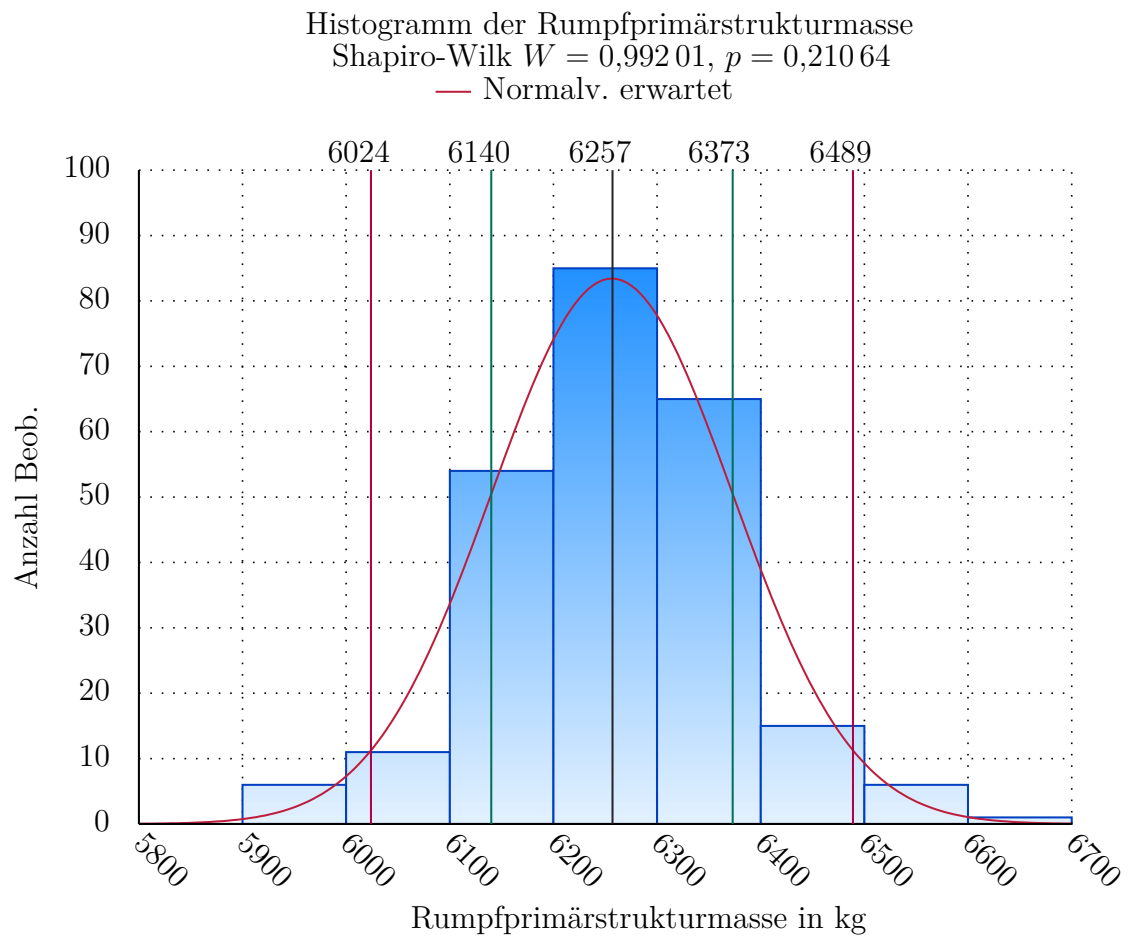


Abbildung A.3: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Rumpfprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

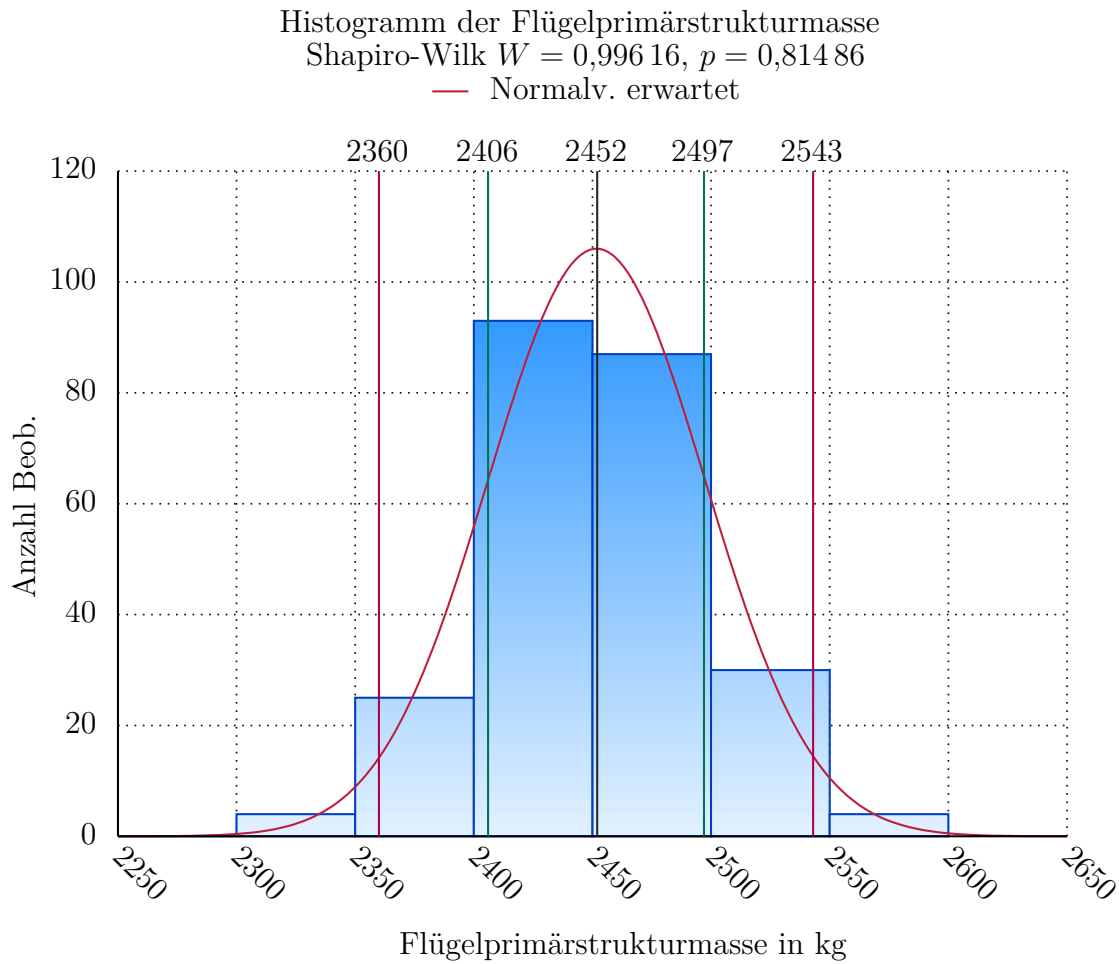


Abbildung A.4: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Flügelprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

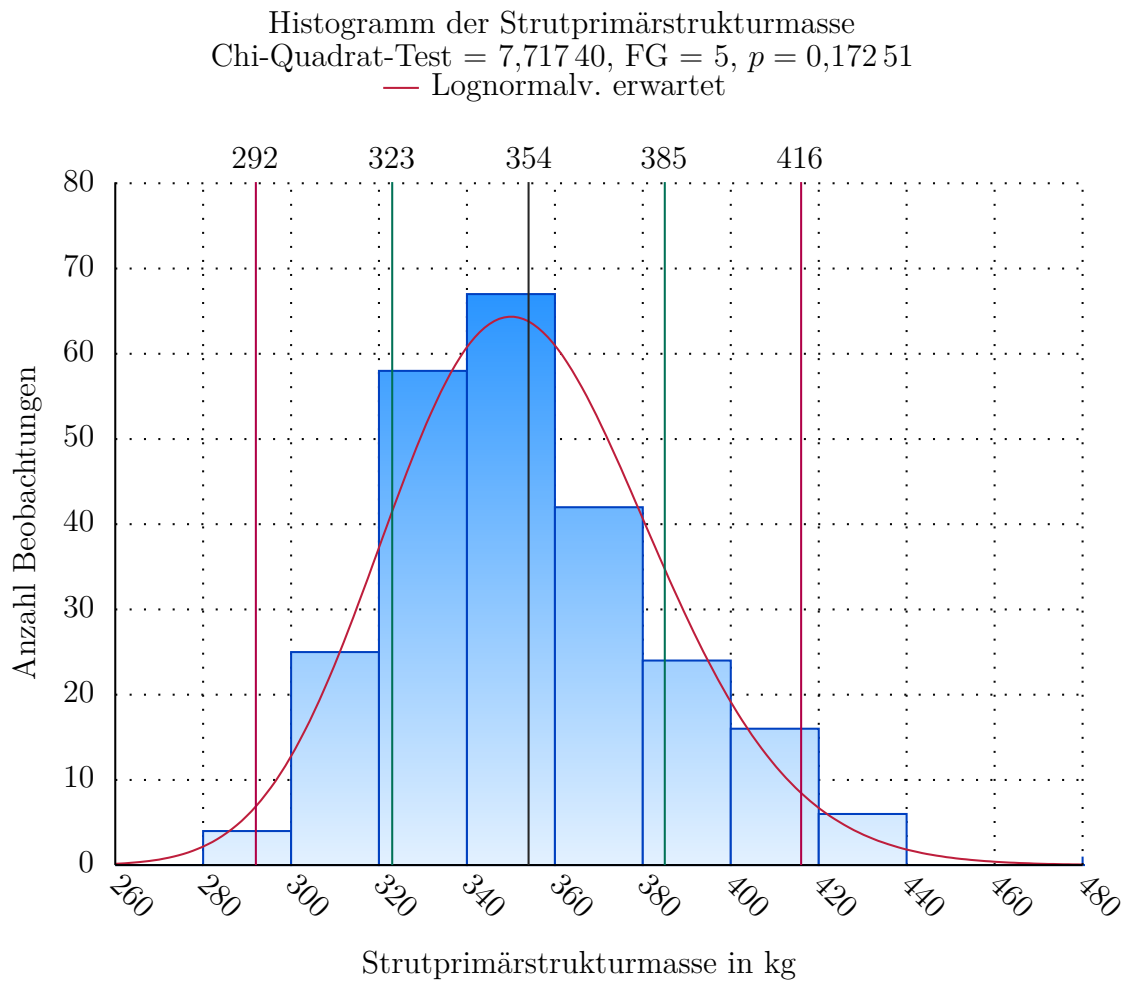


Abbildung A.5: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Strutprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

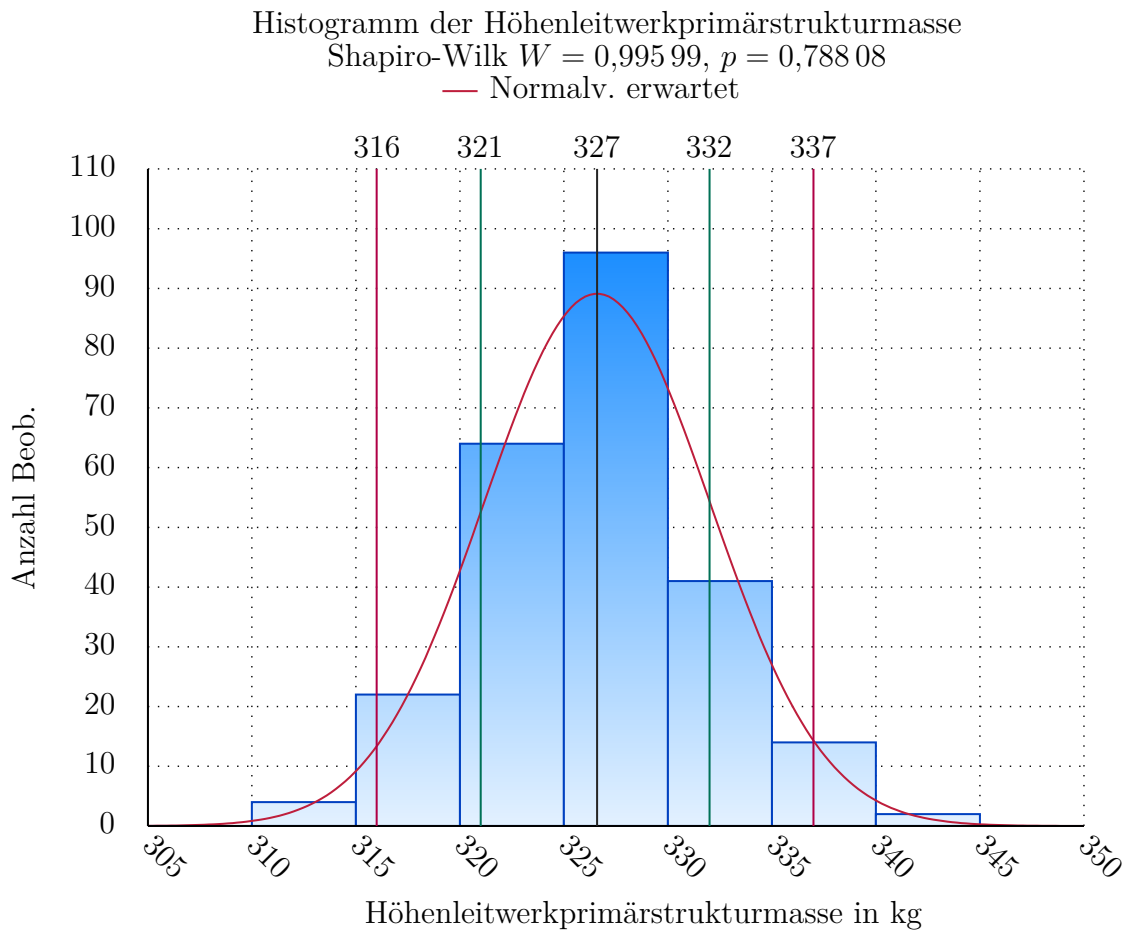


Abbildung A.6: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Höhenleitwerkprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

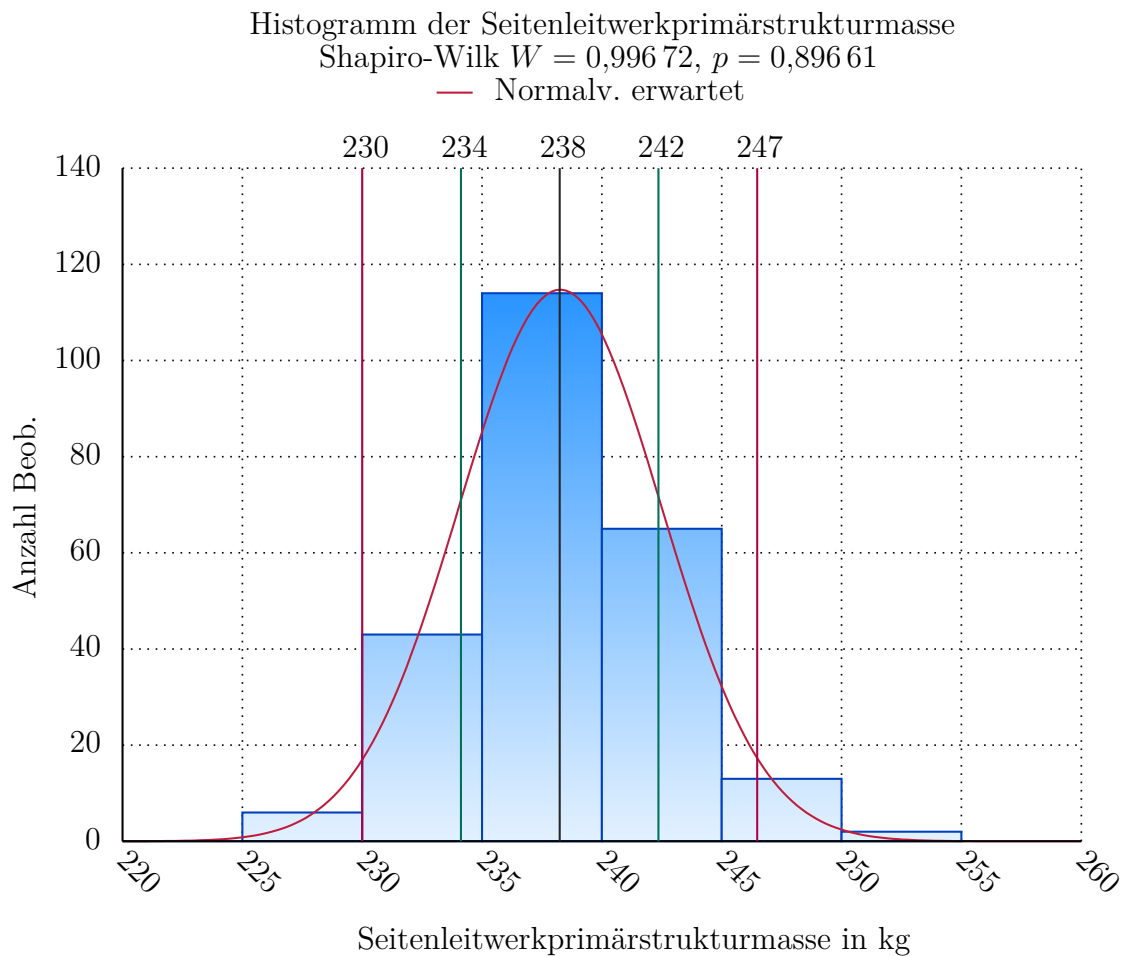


Abbildung A.7: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Seitenleitwerkprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

## A.4 Szenario-Unsicherheiten

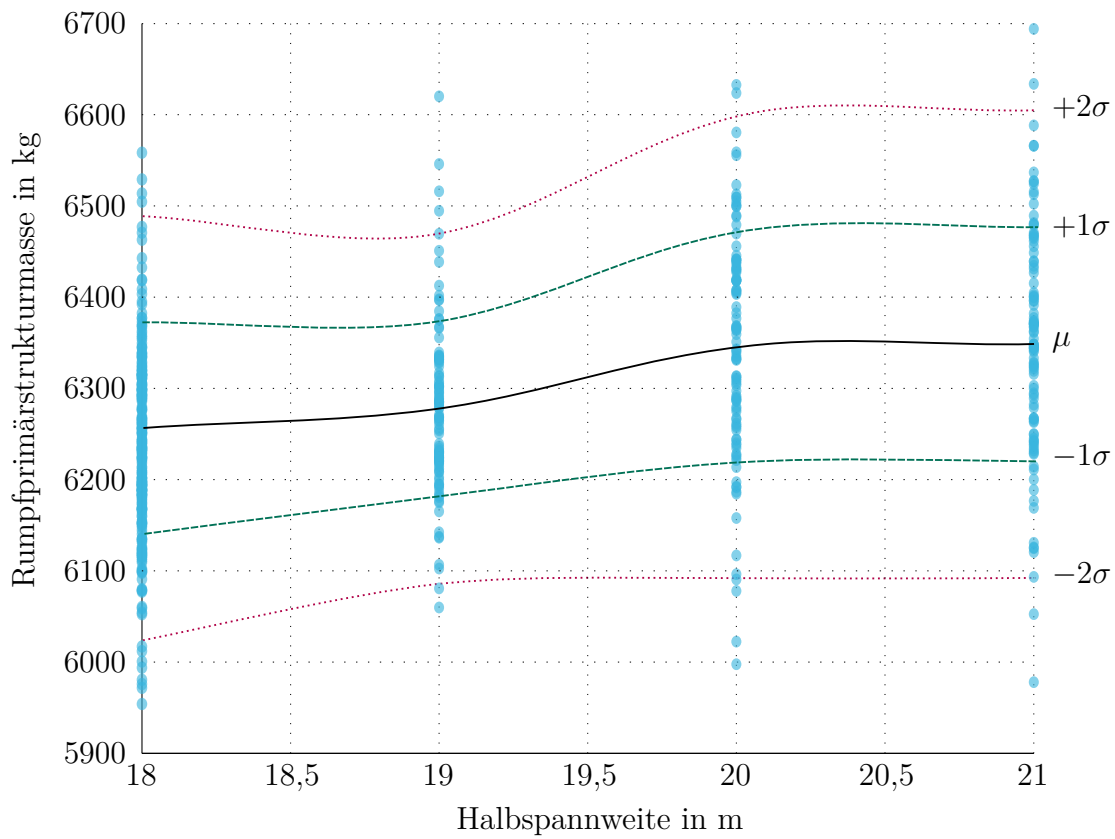


Abbildung A.8: Konfidenzintervalle der Rumpfprimärstrukturmasse über der Halbspannweite



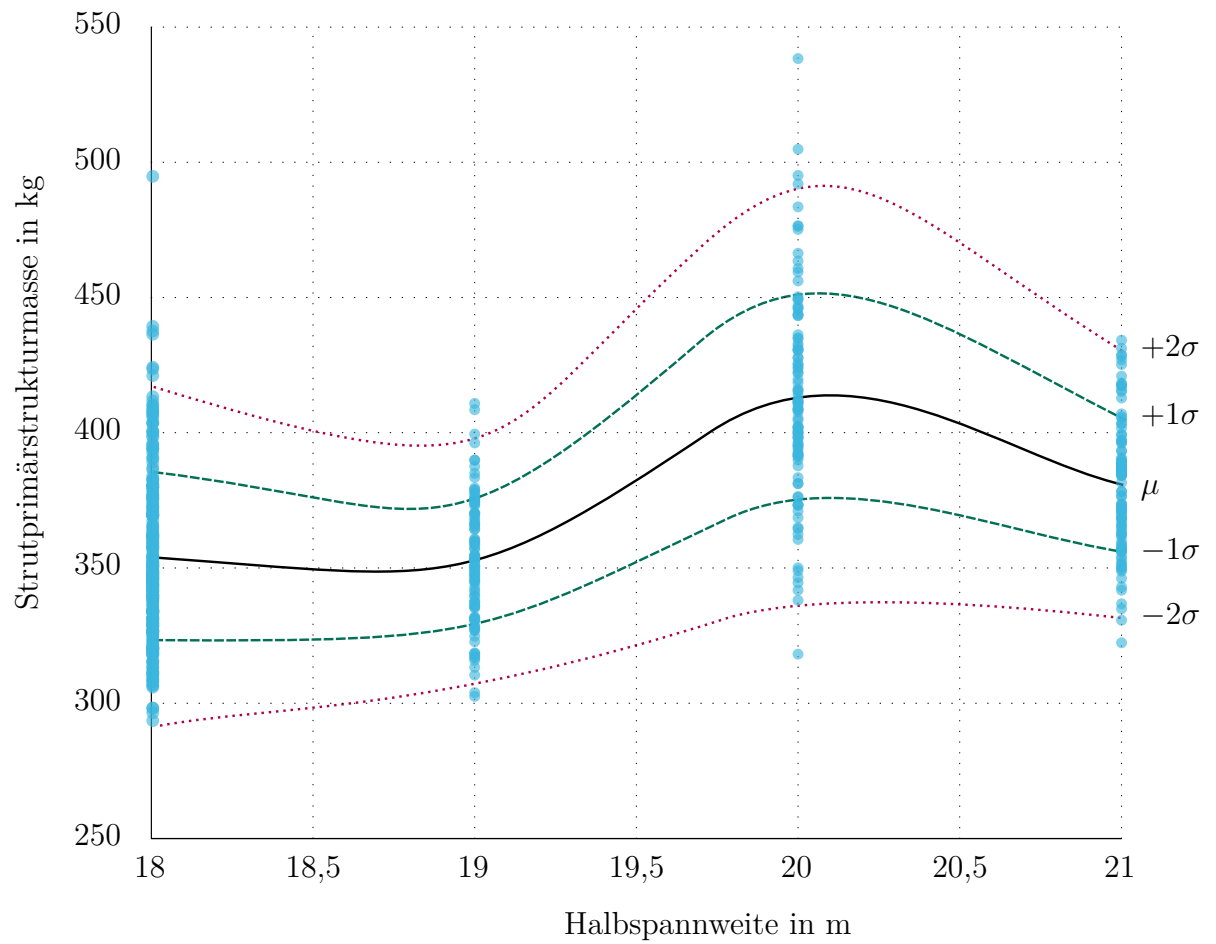


Abbildung A.9: Konfidenzintervalle der Strutprimärstrukturmasse über der Halbspannweite

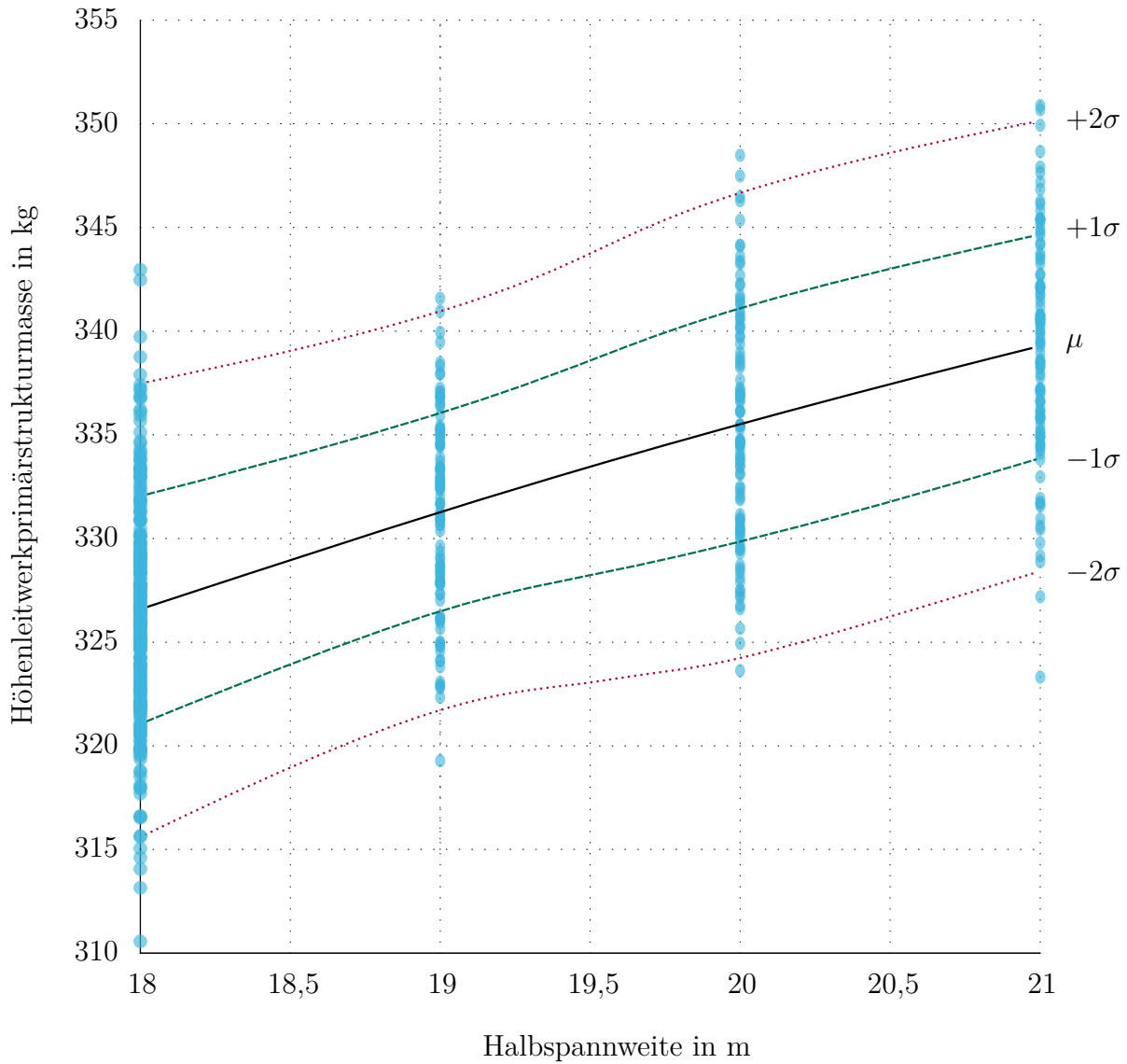


Abbildung A.10: Konfidenzintervalle der Höhenleitwerkprimärstrukturmasse über der Halbspannweite

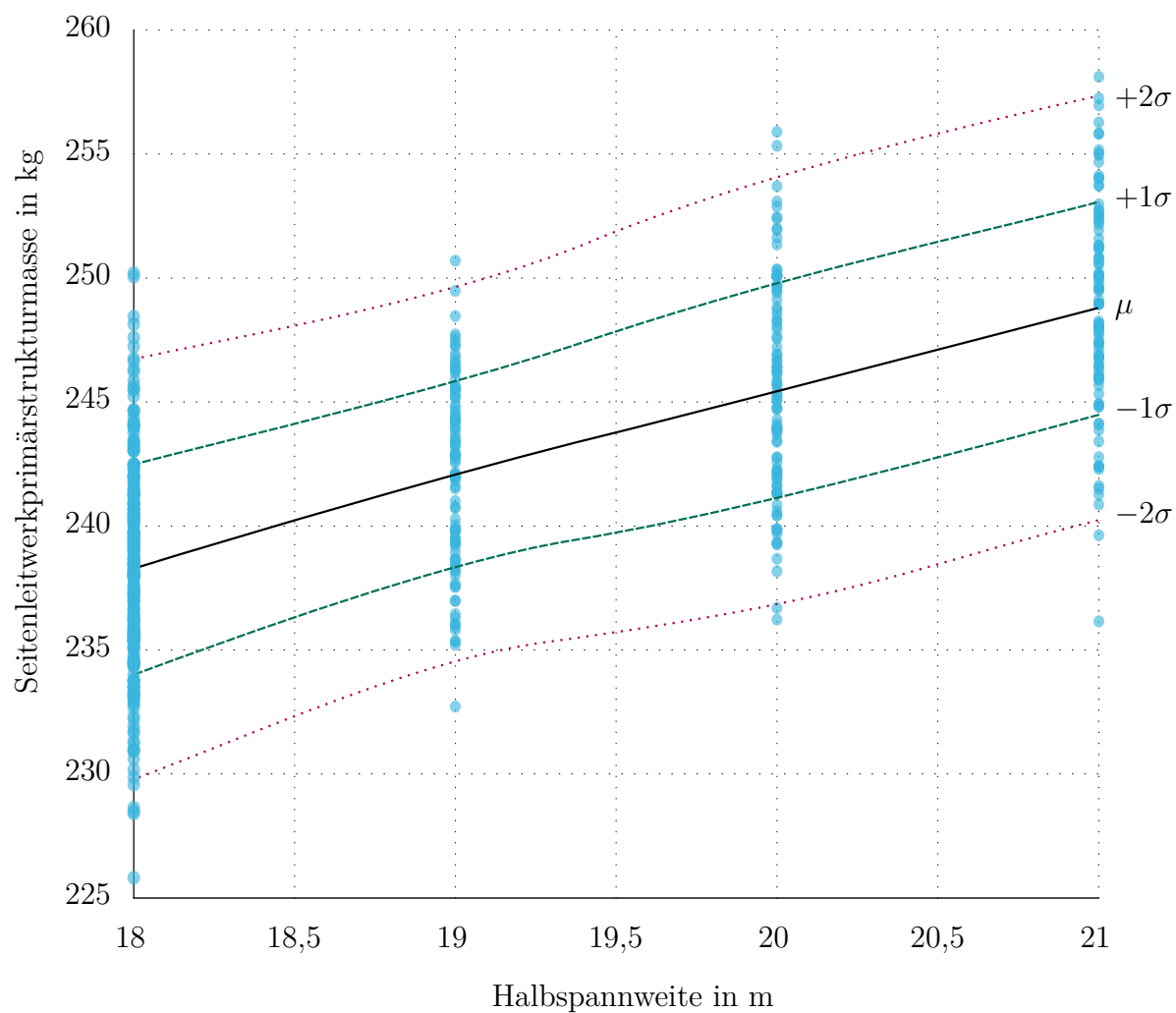


Abbildung A.11: Konfidenzintervalle der Seitenleitwerkprimärstrukturmasse über der Halbspannweite

## A.5 Materialunsicherheiten (Orthotrop)

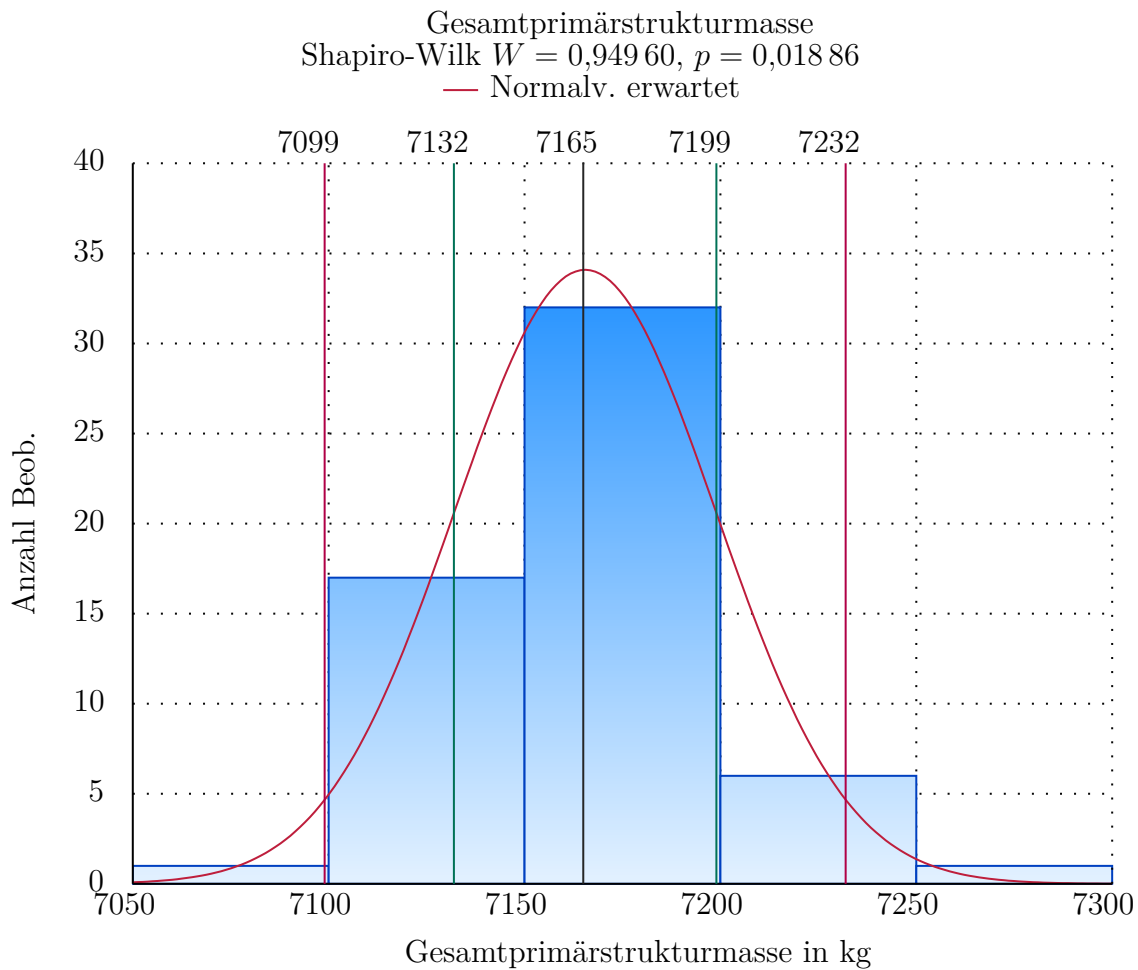


Abbildung A.12: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Gesamtprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

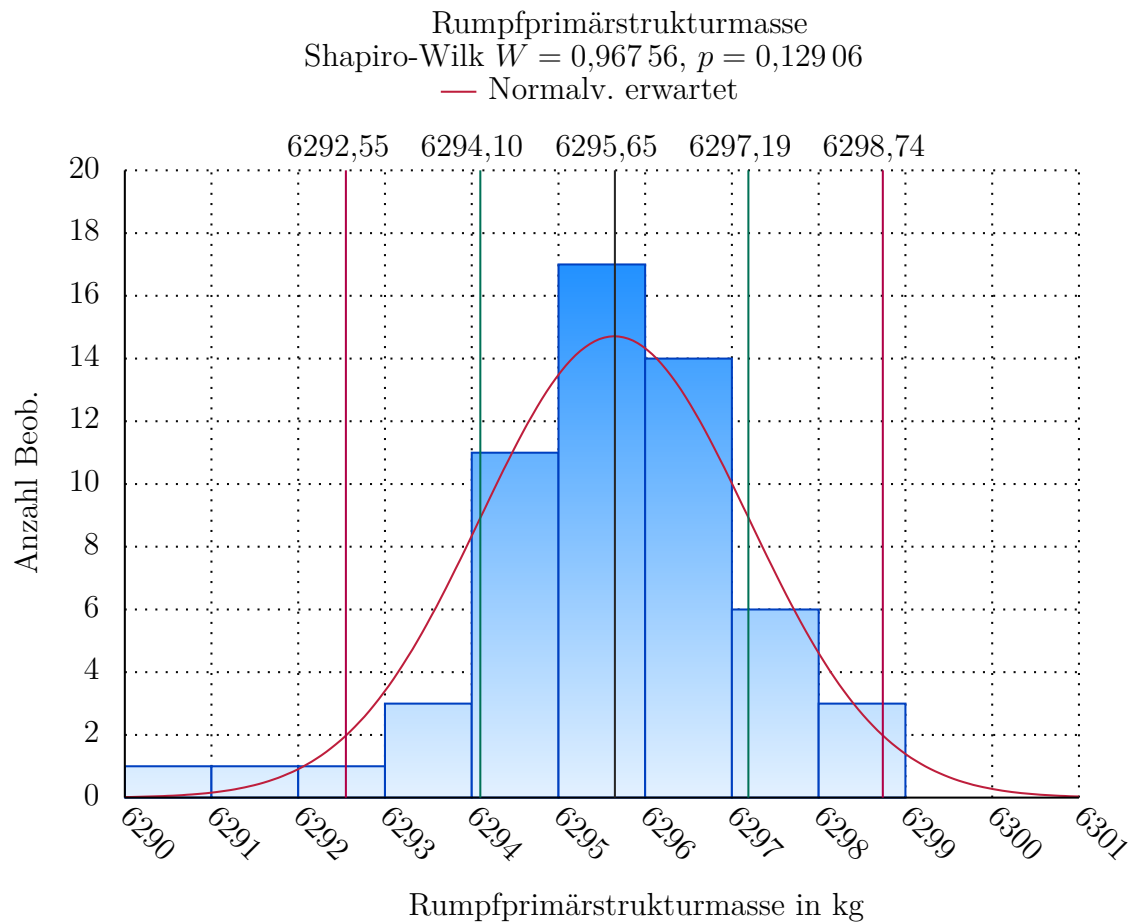


Abbildung A.13: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Rumpfprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

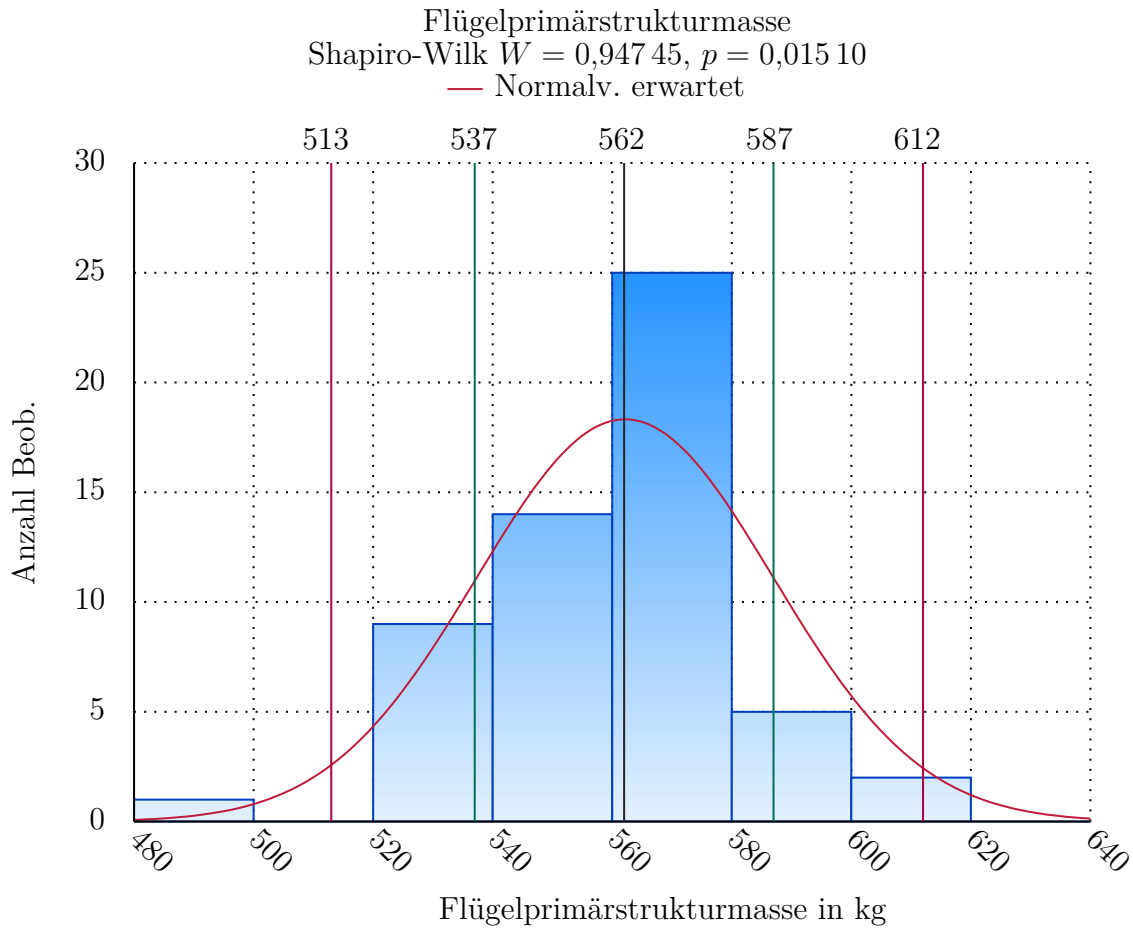


Abbildung A.14: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Flügelprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

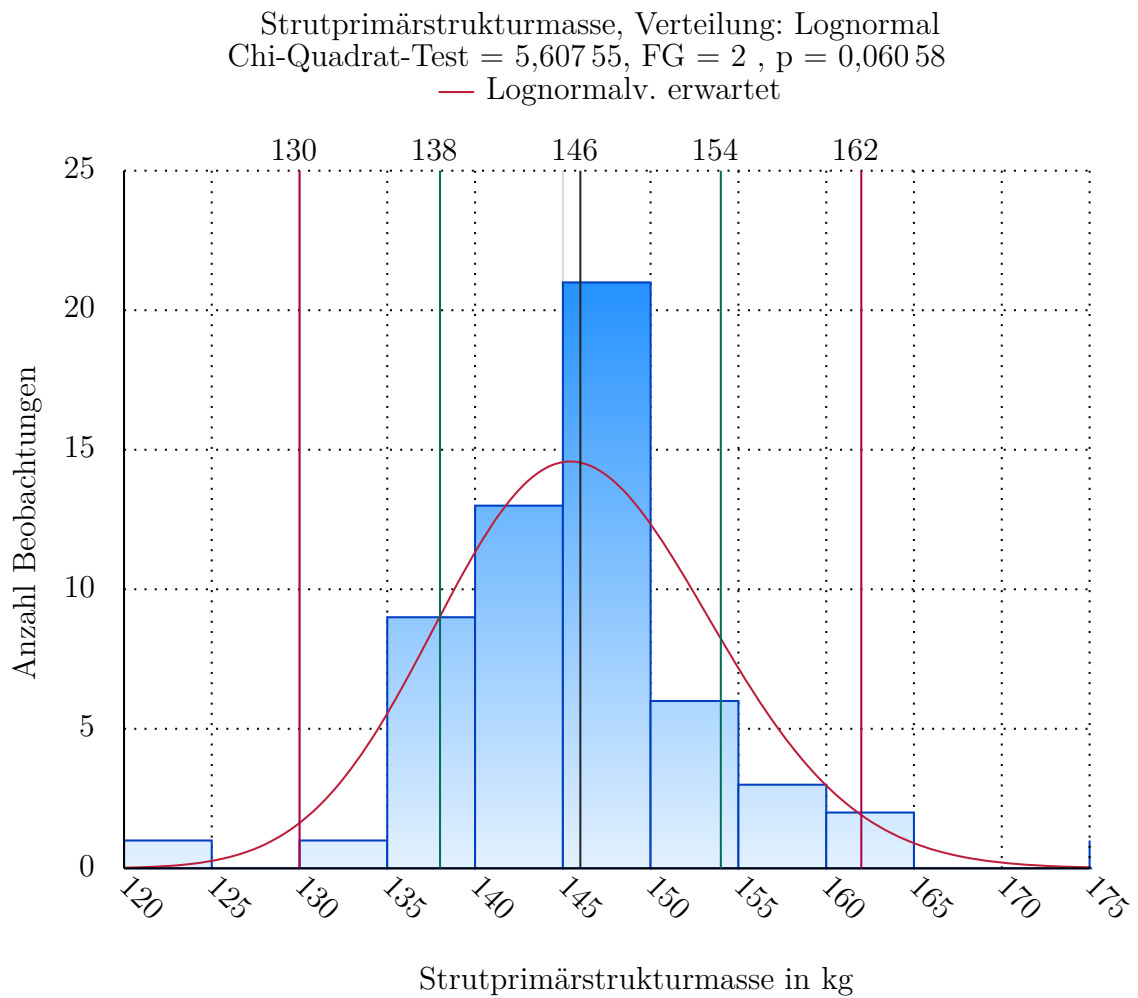


Abbildung A.15: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Strutrimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

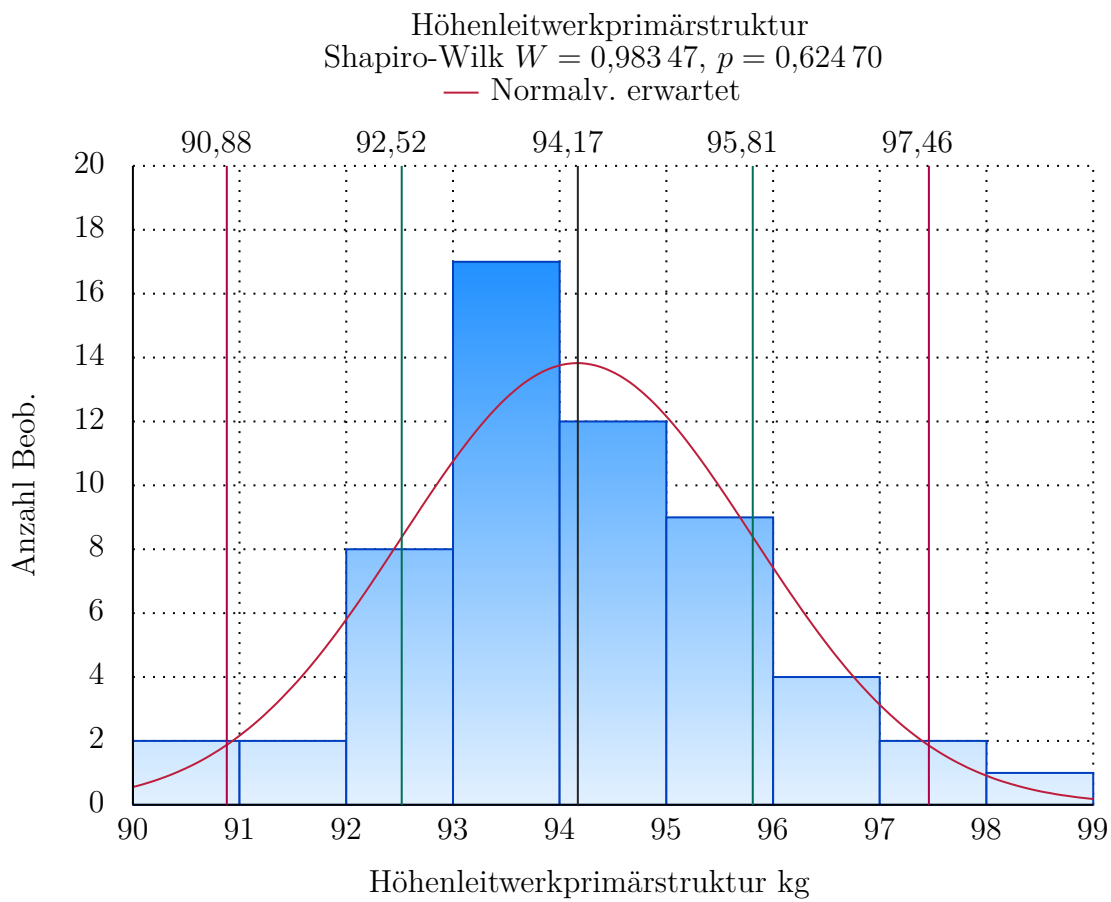


Abbildung A.16: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Höhenleitwerkprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung



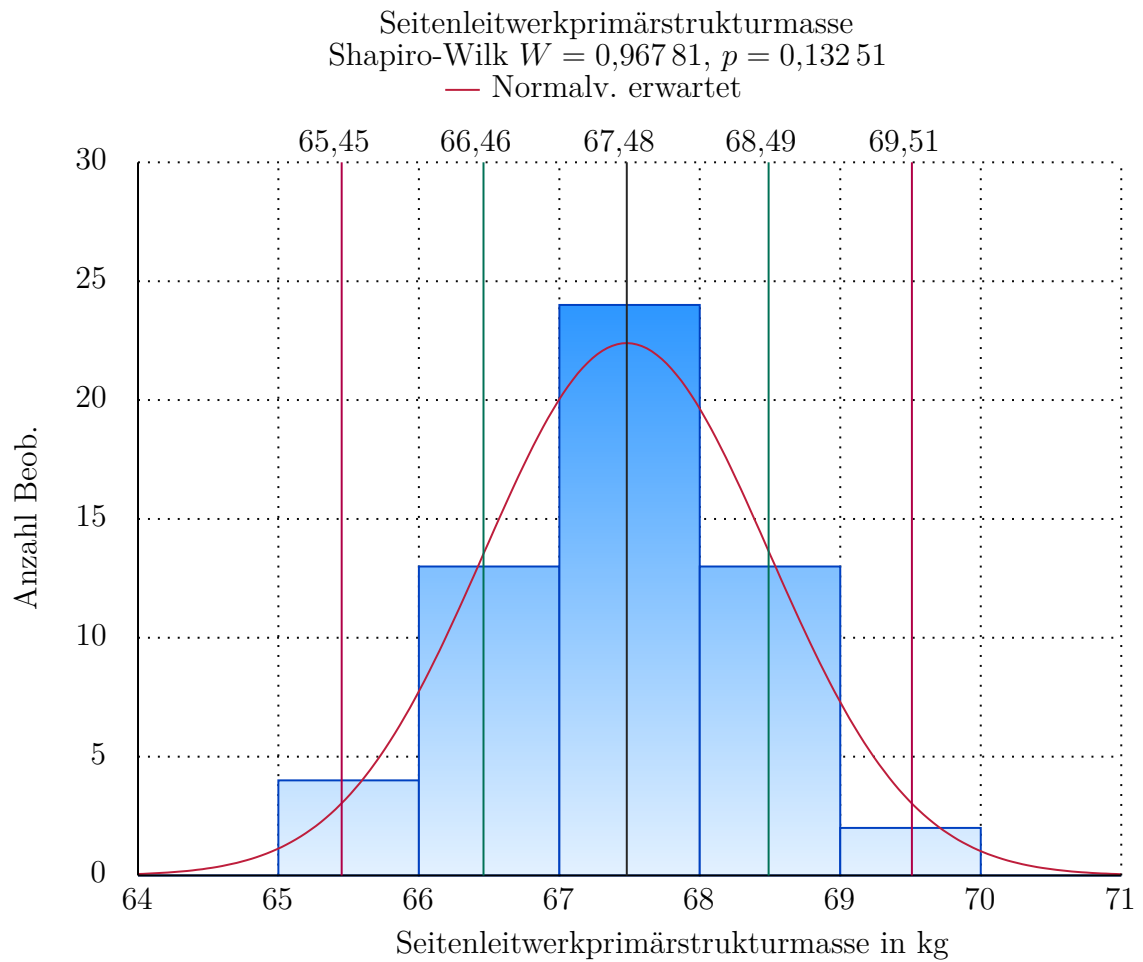


Abbildung A.17: Histogramm und Verteilungsdichtefunktion für die Seitenleitwerkprimärstrukturmasse mit einfacher (grün) und zweifacher (rot) Standardabweichung

A.6 Arbeitsplan

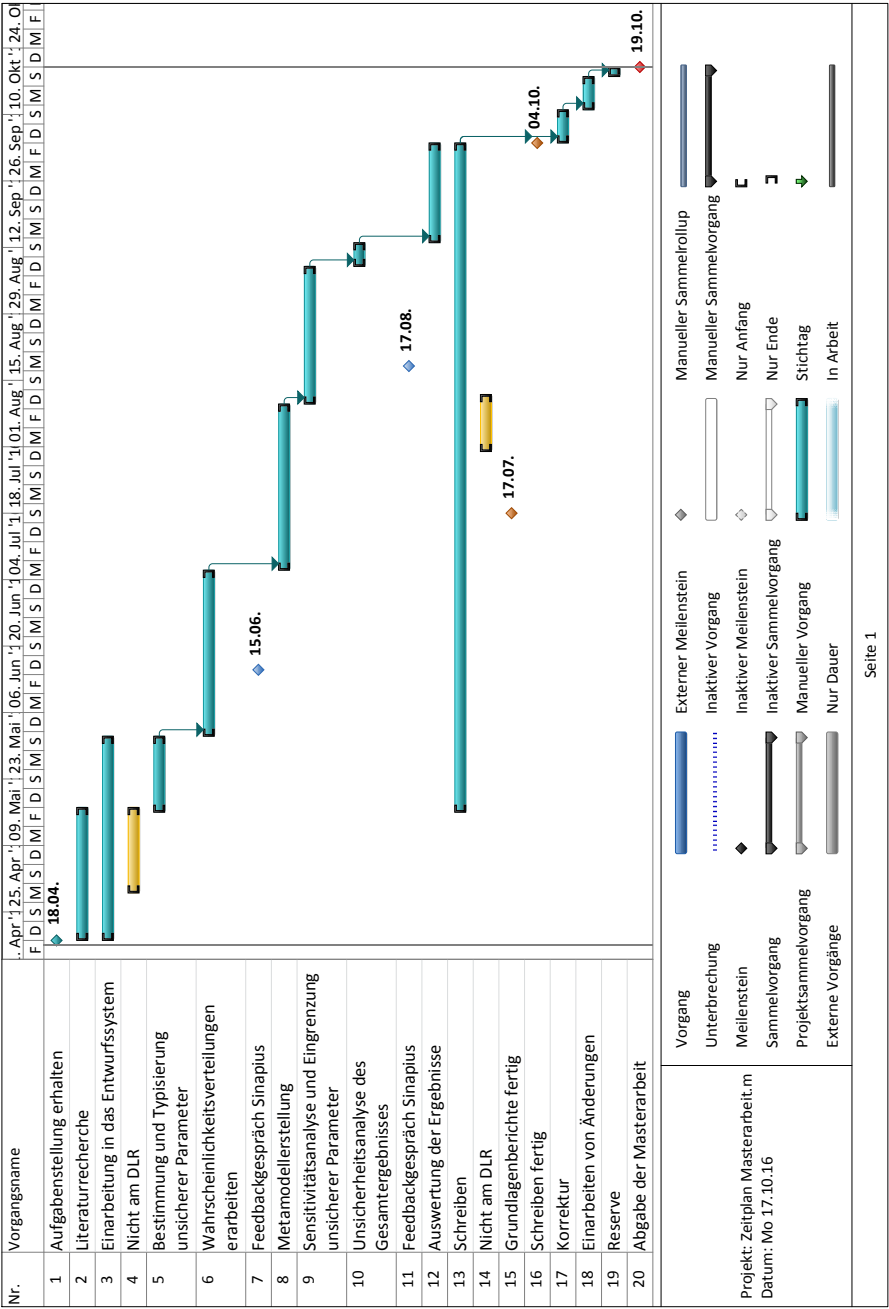


Abbildung A.18: Arbeitsplan der Masterarbeit

## **A.7 Daten der Arbeit auf CD**